t.me/Azmoonha_Azmayeshi

پاسخنامه

کنکور

به سبک ماز

۱۴۰۱ دی ماه

- پاسخنامه کاملاً تشریحی
- بررسی دقیق تمام گزینه‌ها
- نکات مشاوره‌ای و دام‌های تستی
- جداول و نکات مناسب دوره جمع‌بندی

گروه آموزشی ماز

t.me/Azmoonha_Azmayeshi

۱ ۲

جمله عمومی دنباله هندسی به‌صورت $a_n = a_1 q^{n-1}$ است.

پاسخ تشریحی:

$$a, aq, aq^2 \Rightarrow 4a, 8aq, 16aq^2$$

$$16aq = 4a + 16aq^2 \Rightarrow 4q^2 - 4q + 1 = 0 \Rightarrow q = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow a^2 + \frac{1}{4}a^2 + \frac{1}{16}a^2 = 4a + 4a + 4a \Rightarrow \frac{21}{16}a^2 = 12a \Rightarrow a = \frac{64}{7}$$

---

۲ ۴

رأس سهمی $y = ax^2 + bx + c$ به‌صورت $S(\frac{-b}{2a}, \frac{-\Delta}{4a})$ می‌باشد.

پاسخ تشریحی:

$$A\left(\frac{2}{k}, -\frac{4+6k}{k}\right)$$

$$-\frac{4+6k}{k} = \frac{-8}{k} - 4 \Rightarrow k = 2 \Rightarrow y = -\frac{4+12}{2} = -8$$

---

۳ ۱

- $A - B = A \cap B'$
- $(A \cup B)' = A' \cap B'$
- $(A \cap B)' = A' \cup B'$

پاسخ تشریحی:

$$\left[(A-B)' - (B-C)\right] - C = \left[(A \cap B')' \cap (B \cap C')'\right] \cap C'$$

$$= \left[(A' \cup B) \cap (B' \cup C)\right] \cap C' = (A' \cup B) \cap (B' \cap C') = (A' \cap B') \cap C'$$

$$= A' \cap (B' \cap C') = A' \cap (B \cup C)' = A' - (B \cup C)$$

---

۴ ۲

پاسخ تشریحی:

$$\left[\sim p \wedge (\sim q \wedge r)\right] \vee (q \wedge r) \vee (p \wedge r)$$

$$\left[\sim (q \vee p) \wedge r\right] \vee \left[(q \vee p) \wedge r\right] \equiv \left[\sim (q \vee p) \vee (q \vee p)\right] \wedge r$$

$$\equiv T \wedge r \equiv r$$

---

www.biomaze.ir

t.me/Azmoonha_Azmayeshi

۵ ۳

ریشه مشترک دو معادله، ریشهٔ تفاضل دو معادله است.

پاسخ تشریحی:

باید طرفین معادله‌ها را از هم کم کنیم:

$$x^۲+۶x+m-x^۲-۲x+۳m=۰$$
$$۴x+۴m=۰ \Rightarrow x=-m$$

$$\Rightarrow m^۲-۶m+m=۰ \begin{cases} m=۰ \times \\ m=۵ \end{cases} \begin{cases} x^۲+۶x+۵=۰ \\ x^۲+۲x-۱۵=۰ \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x=-۵,-۱ \\ x=-۵,۳ \end{cases} \Rightarrow ۳-(-۱)=۴$$

---

۶ ۴

پاسخ تشریحی:

$$-۲<y<۰ \Rightarrow x^۲-۳x+۲<۰ \Rightarrow ۱<x<۲ \quad (۱)$$
$$\frac{۲}{x^۲-۳x+۲}>-۲$$
$$۲<-۲x^۲+۶x-۴$$
$$x^۲-۳x+۳<۰ \quad (۲)$$
$$\Delta<۰ \Rightarrow \text{جواب ندارد}$$

$$(۱)\cap(۲) \rightarrow \varnothing$$

---

۷ ۳

۱) فاصله دو نقطه $A(x_A,y_A)$ و $B(x_B,y_B)$ از رابطهٔ $AB=\sqrt{(x_A-x_B)^۲+(y_A-y_B)^۲}$ به‌دست می‌آید.

۲) شیب خط گذرنده از دو نقطه $A(x_A,y_A)$ و $B(x_B,y_B)$ از رابطه $m=\frac{y_A-y_B}{x_A-x_B}$ به‌دست می‌آید.

پاسخ تشریحی:

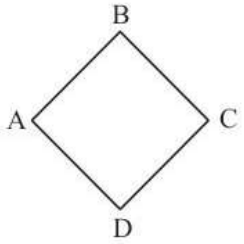
$$AB=۵$$
$$m_{AB}=\frac{-۳}{۴} \Rightarrow m_{AD}=\frac{۴}{۳}$$

معادله ضلع AD : $y=\frac{۴}{۳}x+۱$

نقطه روی ضلع AD : $D\left(x,\frac{۴}{۳}x+۱\right)$

ضلع AD : $(AD)^۲=۲۵ \Rightarrow x^۲+\left(\frac{۴}{۳}x\right)^۲=۲۵ \Rightarrow \frac{۲۵x^۲}{۹}=۲۵$

$$\Rightarrow x=-۳$$



www.biomaze.ir

t.me/Azmoonha_Azmayeshi

۸ ۲

$f(a)=b \Leftrightarrow f^{-1}(b)=a$

$f^{-1}(g^{-1}(a))=b \Leftrightarrow f(b)=g^{-1}(a)$

پاسخ تشریحی:

$g^{-1}of^{-1}(\cdot)=\alpha \Rightarrow f^{-1}(\cdot)=g(\alpha) \Rightarrow ۳=\alpha+\sqrt{۲\alpha-۴}$

$\begin{cases} ۲x-۵=۱ \\ x=۳ \Rightarrow f^{-1}(\cdot)=۳ \end{cases}$

$\Rightarrow ۳-\alpha=\sqrt{۲\alpha-۴}$

$\xrightarrow{\alpha<۳} ۹-۶\alpha+\alpha^{۲}=۲\alpha-۴$

$\Rightarrow \alpha^{۲}-۸\alpha+۱۳=۰$

$\xrightarrow{\alpha<۳} \alpha=۴-\sqrt{۳}$

۹ ۱

۱) اگر نمودارهای دو تابع $f(x)$ و $g(x)$ یکدیگر را در $x=a$ قطع کنند، آن‌گاه $f(a)=g(a)$ خواهد بود.

۲) $f(a)=b \Leftrightarrow f^{-1}(b)=a$

پاسخ تشریحی:

$۲+۲^{b-ax}=-x^{۲}-۳x+۸$

$\begin{cases} x=۱ \Rightarrow ۲^{b-a}=۲ \Rightarrow b-a=۱ \\ f(-۱)=۱۰ \\ x=-۱ \Rightarrow ۲+۲^{b+a}=۱۰ \Rightarrow b+a=۳ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=۱ \\ b=۲ \end{cases} \Rightarrow ۲b-a=۳$

۱۰ ۴

نکته۱:

اتحاد چاق و لاغر $\begin{cases} a^{۳}+b^{۳}=(a+b)(a^{۲}-ab+b^{۲}) \\ a^{۳}-b^{۳}=(a-b)(a^{۲}+ab+b^{۲}) \end{cases}$

نکته۲:

در معادله درجه دوم $ax^{۲}+bx+c=۰$ ، حاصل‌ضرب ریشه‌ها $P=\frac{c}{a}$ است و اگر $P<۰$ باشد، معادله دارای دو جواب مختلف‌العلامت است.

پاسخ تشریحی:

$x^{۲}-۲x+۴-\left(x^{۲}-۹x-۲\right)=۶x(x+۲)$

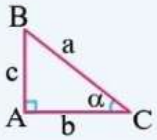
$۶x^{۲}+۵x-۶=۰ \xrightarrow{P=-۱}$ این معادله یک ریشه مثبت و یک ریشه منفی دارد که هیچ‌کدام، مخرج‌ها را صفر نمی‌کنند.

www.biomaze.ir

t.me/Azmoonha_Azmayeshi

۱۱ ۲

۱) در مثلث قائم‌الزاویه ABC، نسبت‌های مثلثاتی به‌صورت زیر به‌دست می‌آیند:

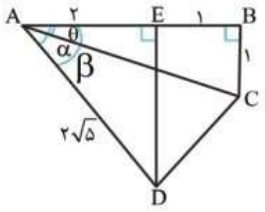


$$\sin\alpha=\frac{c}{a} \qquad \cos\alpha=\frac{b}{a}$$

$$\tan\alpha=\frac{c}{b} \qquad \cot\alpha=\frac{b}{c}$$

۲) $\cos(\alpha\pm\beta)=\cos\alpha\cos\beta\mp\sin\alpha\sin\beta$

پاسخ تشریحی:



$$\begin{cases}AC=\sqrt{۱۰}\\ DE=۴\end{cases}\rightarrow \begin{cases}\cos\theta=\frac{۳}{\sqrt{۱۰}},\ \sin\theta=\frac{۱}{\sqrt{۱۰}}\\ \cos\beta=\frac{۱}{\sqrt{۵}},\ \sin\beta=\frac{۲}{\sqrt{۵}}\end{cases}$$

$$\cos\alpha=\cos(\beta-\theta)$$

$$=\cos\beta\cos\theta+\sin\beta\sin\theta$$

$$=\frac{۱}{\sqrt{۵}}\frac{۳}{\sqrt{۱۰}}+\frac{۲}{\sqrt{۵}}\frac{۱}{\sqrt{۱۰}}=\frac{۵}{\sqrt{۵۰}}=\frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

۱۲ ۳

برای تابع $y=a\cos(bx+c)+d$ داریم:

- دوره تناوب $T=\frac{۲\pi}{|b|}$
- $\max=|a|+d$
- $\min=-|a|+d$

پاسخ تشریحی:

$$f(۰)=۰ \Rightarrow a+\frac{b}{۲}=۰$$

$$T=۲\pi=\frac{۲\pi}{|c|} \Rightarrow |c|=۱$$

$$\max=۱ \Rightarrow a+|b|=۱ \begin{cases}\xrightarrow{b>۰} a+b=۱,\ a+\frac{b}{۲}=۰\rightarrow \begin{cases}b=۲\\ a=-۱\end{cases}\\ \xrightarrow{b<۰} a-b=۱,\ a+\frac{b}{۲}=۰\rightarrow \begin{cases}b=-\frac{۲}{۳}\\ a=\frac{۱}{۳}\end{cases}\ \text{غ ق ق}\end{cases}$$

$c=۱,\ b=۲,\ a=-۱\rightarrow b(c-a)=۴$ ق ق

$c=-۱,\ b=۲,\ a=-۱\rightarrow b(c-a)=۰$

www.biomaze.ir

t.me/Azmoonha_Azmayeshi

۱۳ **۴**

$\bullet \cos(2k\pi \pm \alpha) = \cos\alpha \quad ; \ k \in \mathbb{Z}$

$\bullet \cos\left(\frac{(2k+1)\pi}{2} \pm \alpha\right) = \mp\sin\alpha \quad ; \ k \in \mathbb{Z}$

$\bullet \sin\alpha\cos\alpha = \frac{1}{2}\sin 2\alpha$

$\bullet \sin x = \sin\alpha \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \alpha \\ x = 2k\pi + \pi - \alpha \end{cases}$

پاسخ تشریحی:

$$\cos\left(2\pi + \frac{\pi}{8} + x\right)\cos\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{8} - x\right) = \frac{1}{4}$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{8} + x\right)\sin\left(\frac{\pi}{8} + x\right) = \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{2}\sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{4} \Rightarrow \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2} = \sin\frac{\pi}{6}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x + \frac{\pi}{4} = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = k\pi - \frac{\pi}{24} \rightarrow x_1 = -\frac{\pi}{24} \\ 2x + \frac{\pi}{4} = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = k\pi + \frac{7\pi}{24} \rightarrow x_2 = \frac{7\pi}{24} \end{cases}$$

مجموع ریشه‌ها $= \frac{-\pi}{24} + \frac{7\pi}{24} = \frac{\pi}{4}$

۱۴ **۲**

اگر $|f(x)| = a \rightarrow f(x) = \pm a \quad (a > 0)$

پاسخ تشریحی:

$f\big(g(x+2)\big) = 2 \Rightarrow g(x+2) = 6$ یا $-2 \longrightarrow$ جواب ۲

$$\left|\frac{1}{2}x - 1\right| = 2 \Rightarrow x = 6, -2$$

۱۵ **۱**

۱) اگر تابع $f(x) = ax + b$ باشد، آن‌گاه $f^{-1}(x) = \frac{1}{a}x - \frac{b}{a}$ می‌باشد. در نتیجه:

$$m_f = \frac{1}{m_{f^{-1}}}$$

۲)

$$\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\text{جمله پرتوان صورت}}{\text{جمله پرتوان مخرج}}$$

www.biomaze.ir

t.me/Azmoonha_Azmayeshi

پاسخ تشریحی:

$$\begin{cases} m_{f^{-1}} = -\dfrac{\pi}{m} \\ m_f = -\dfrac{m}{\pi} \end{cases} \Rightarrow \dfrac{-\frac{\pi}{m}}{-\frac{m}{\pi}} = \dfrac{\pi^2}{m^2} = \pi \Rightarrow m^2 = \pi \Rightarrow m = -\sqrt{\pi}$$

---

۱۶ **۱**

پاسخ تشریحی:

یک $[x]$ زوج و یک $[x]$ فرد را بررسی می‌کنیم.

$$x = 0 \begin{cases} \xrightarrow{x \to 0^+} |x - [x]| = 0 \\ \xrightarrow{x \to 0^-} |x - [x-a]| = |-[-a]| = [-a] \end{cases}$$

$$\Rightarrow [-a] = 0 \Rightarrow 0 \le -a < 1 \Rightarrow -1 < a \le 0$$

با فرض $a < -1$ تناقض دارد.

---

۱۷ **۲**

نقطه بحرانی، نقطه‌ای از دامنهٔ تابع است که در آن نقطه، مشتق برابر صفر یا تعریف نشده باشد.

پاسخ تشریحی:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x}{1-x^2} & x \ge 0 \\ \dfrac{x}{1+x^2} & x < 0 \end{cases} \Rightarrow f'(x) = \begin{cases} \dfrac{1+x^2}{(1-x^2)^2} & x \ge 0 \\ \dfrac{1-x^2}{(1+x^2)^2} & x < 0 \end{cases}$$

$$f'(x) = 0 \xrightarrow{x<0} x = -1$$

(در $x = 0$، مشتق برابر ۱ است.)

---

۱۸ **۳**

شیب نیم‌خط مماس راست و چپ تابع $f(x)$ در $x = a$، به‌ترتیب برابر مشتق راست و مشتق چپ تابع $f(x)$ در $x = a$ هستند.

پاسخ تشریحی:

$$x > \frac{3}{4} \Rightarrow y = (4x-3)\sqrt{ax}$$

$$y'_+ = 4\sqrt{a \times \frac{3}{4}} = 2\sqrt{3a}$$

به‌طور مشابه: $y'_- = -2\sqrt{3a}$

اختلاف $\Rightarrow 4\sqrt{3a} = 2\sqrt{6} \Rightarrow 16 \times 3a = 4 \times 6 \Rightarrow a = \frac{1}{2}$

---

www.biomaze.ir

t.me/Azmoonha_Azmayeshi

۱۹ ۲

۱) در معادلهٔ $ax^۲+bx+c=۰$، مجموع ریشه‌ها برابر $S=\frac{-b}{a}$ است.

۲) بیشترین یا کمترین مقدار تابع $f(x)$، به ازای نقاط بحرانی تابع $f(x)$ به‌دست می‌آید.

پاسخ تشریحی:

$$S=\alpha+\beta=\frac{m-۲}{m^۲-۱}$$

$$S'=\frac{m^۲-۱-۲m(m-۲)}{(m^۲-۱)^۲}=\frac{-m^۲+۴m-۱}{(m^۲-۱)^۲}$$

$$S'=۰ \Rightarrow m=۲\pm\sqrt{۳}$$

m		$۲-\sqrt{۳}$		$۲+\sqrt{۳}$	
S′		−	+		−
S	↘	min	↗	max	↘

البته سؤال مشکل دارد. این‌جا ماکزیمم نسبی به‌دست می‌آید. S ماکزیمم مطلق ندارد. (حتی با شرط $\Delta>۰$)

کافی است m را به ۱^- میل دهیم تا S به $+\infty$ میل کند.

۲۰ ۲

اگر k شیء از n شیء متمایز کنار هم قرار بگیرند، آن‌ها را یک بسته در نظر می‌گیریم:

$$\underbrace{m_۱\times m_۲\times\ldots\times m_k}_{\text{k شیء}}\times m_{k+۱}\times\ldots\times m_n=(n-k+۱)!\times k!$$

پاسخ تشریحی:

(x , y), z , t , m

$$۲!\times۴!=۲\times۲۴=۴۸$$

۲۱ ۳

پاسخ تشریحی:

$$\Delta>۰ \Rightarrow m^۲-۴n>۰ \Rightarrow m^۲>۴n$$

$$\Rightarrow \text{مطلوب}=\{(۳,۱),(۳,۲),(۴,۱),(۴,۲),(۴,۳),(۵,۱),(۵,۲),(۵,۳),(۵,۴),(۵,۵),(۵,۶),(۶,۱),\ldots,(۶,۶)\} \Rightarrow P=\frac{۱۷}{۳۶}$$

www.biomaze.ir

t.me/Azmoonha_Azmayeshi

۲۲ ۱

اگر A و B ناسازگار باشند، $P(A\cap B)=0$ است.

- $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$
- $P(A\mid B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}$

پاسخ تشریحی:

$$P(B'\mid A')=\frac{P(A'\cap B')}{P(A')}=\frac{1-P(A\cup B)}{1-P(A)}$$

$$=\frac{1-\frac{1}{6}-\frac{1}{4}+0}{1-\frac{1}{6}}=\frac{7}{10}=0/7$$

۲۳ ۳

اگر σ انحراف معیار و $\bar{X}$ میانگین داده‌ها باشد، ضریب تغییرات برابر $cv=\frac{\sigma}{\bar{x}}$ خواهد بود.

پاسخ تشریحی:

$$\begin{array}{llll} 1 & 3 & 7 & 9 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 2 & 4 & 6 & 8 \end{array} \qquad (1) \qquad (2)$$

$$(1):\bar{x}_1=5\ ,\ \sigma_1=\sqrt{\frac{16+4+4+16}{4}}=\sqrt{10}$$

$$CV_1=\frac{\sqrt{10}}{5}$$

$$(2):\bar{x}_2=5\ ,\ \sigma_2=\sqrt{\frac{9+1+1+9}{4}}=\sqrt{5}$$

$$CV_2=\frac{\sqrt{5}}{5}$$

$$\frac{CV_1}{CV_2}=\frac{\frac{\sqrt{10}}{5}}{\frac{\sqrt{5}}{5}}=\sqrt{\frac{10}{5}}=\sqrt{2}$$

www.biomaze.ir

t.me/Azmoonha_Azmayeshi

۲۴ ۴

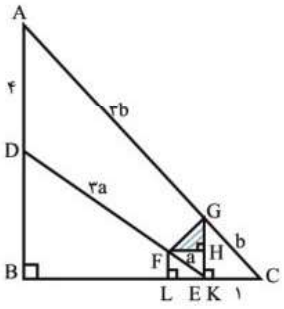
پاسخ تشریحی:

۱) ۱۰ سبز
۲) ۱۰ قرمز
۳) ۸ سبز ۲ قرمز

$$\Rightarrow \begin{cases} S_{\text{کاهش یافته}} = \{\text{فقط قرمز}\} \Rightarrow n(S) = ۱۲ \\ \text{مطلوب} = \text{همه قرمز} = \text{کیسه ۲} \Rightarrow n(A) = ۱۰ \\ P(A) = \dfrac{n(A)}{n(S)} = \dfrac{۱۰}{۱۲} = \dfrac{۵}{۶} \end{cases}$$

۲۵ ۲

پاسخ تشریحی:



$$BE = x \Rightarrow \begin{cases} BL = \dfrac{۳}{۴}x : \overset{\Delta}{EDB} \xrightarrow{\text{تالس}} \dfrac{EL}{BE} = \dfrac{a}{۴a} \to EL = \dfrac{x}{۴} \Rightarrow BL = x - \dfrac{x}{۴} = \dfrac{۳x}{۴} \\ BK = \dfrac{۳}{۴}(x+۱) : \overset{\Delta}{ABC} \xrightarrow{\text{تالس}} \dfrac{CK}{BC} = \dfrac{b}{۴b} \to \dfrac{CK}{x+۱} = \dfrac{۱}{۴} \to CK = \dfrac{x+۱}{۴} \\ \to BK = BC - CK = (x+۱) - \dfrac{(x+۱)}{۴} = \dfrac{۳}{۴}(x+۱) \end{cases}$$

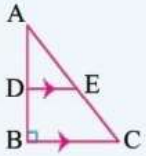
$$\Rightarrow \overline{FH} = \frac{۳}{۴}x + \frac{۳}{۴} - \frac{۳}{۴}x = \frac{۳}{۴}$$

$$BD = y \Rightarrow \begin{cases} HK = \dfrac{۱}{۴}y : \overset{\Delta}{EDB} \xrightarrow{\text{تالس}} \dfrac{FL}{BD} = \dfrac{a}{۴a} \to \dfrac{FL}{y} = \dfrac{۱}{۴} \to FL = \dfrac{y}{۴} \to HK = \dfrac{۱}{۴}y \\ GK = \dfrac{۱}{۴}(y+۴) : \overset{\Delta}{ABC} \xrightarrow{\text{تالس}} \dfrac{GK}{AB} = \dfrac{b}{۴b} \to \dfrac{GK}{۴+y} = \dfrac{۱}{۴} \to GK = \dfrac{۱}{۴}(y+۴) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \overline{GH} = \frac{۱}{۴}y + ۱ - \frac{۱}{۴}y = ۱$$

$$\overset{\Delta}{FGH} : FG = \sqrt{FH^۲ + GH^۲} = \sqrt{\frac{۹}{۱۶} + ۱} = \sqrt{\frac{۲۵}{۱۶}} = \frac{۵}{۴} = ۱/۲۵$$

۲۶ ۱



اگر $DE \parallel BC \Rightarrow \dfrac{AD}{AB} = \dfrac{DE}{BC}$

www.biomaze.ir

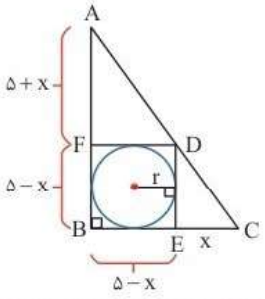
t.me/Azmoonha_Azmayeshi

پاسخ تشریحی:

$$\frac{5+x}{10}=\frac{5-x}{5} \Rightarrow x=\frac{5}{3}$$

$$r=\frac{5-x}{2}=\frac{5-\frac{5}{3}}{2}=\frac{5}{3}$$

$$S_{\text{دایره}}=\pi r^2=\frac{25}{9}\pi$$



---

۲ ۲۷

تعداد قطرهای یک n ضلعی از رابطهٔ $\frac{n(n-3)}{2}$ به‌دست می‌آید.

پاسخ تشریحی:

$$\frac{n(n-3)}{2}-\frac{(n-1)(n-4)}{2}=16 \Rightarrow n=18$$

$$\frac{18\times15}{2}-\frac{16\times13}{2}=31$$

---

۴ ۲۸

پاسخ تشریحی:

در فضا اگر خطی یکی از دو خط موازی را قطع کند، یا دیگری را نیز قطع می‌کند یا با دیگری متنافر است. پس همواره غیرموازی با خط دوم خواهد بود.

---

۴ ۲۹

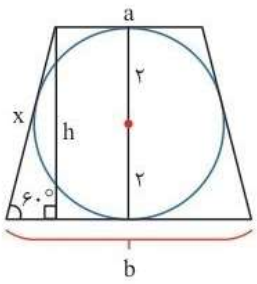
اگر یک دایره به قطر d داخل یک ذوزنقهٔ متساوی‌الساقین محاط شود، d واسطهٔ هندسی قاعده‌های ذوزنقه خواهد بود.

پاسخ تشریحی:

$$h=4 \Rightarrow \sqrt{ab}=4$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2}x=4 \Rightarrow x=\frac{8}{\sqrt{3}} \xrightarrow[a+b=2x]{\text{محیط}} a+b=\frac{16}{\sqrt{3}}$$

$$S=\frac{a+b}{2}\sqrt{ab}=\frac{8}{\sqrt{3}}\times4=\frac{32}{\sqrt{3}}$$



---

www.biomaze.ir

t.me/Azmoonha_Azmayeshi

۳۰ ۳

در هر چهارضلعی محاطی، دو زاویهٔ روبه‌رو مکمل یکدیگرند.

$$\hat{A}+\hat{M}_۲=۱۸۰^\circ$$

$$A=۱۸۰^\circ-\hat{M}_۲=۱۸۰^\circ-\hat{M}_۱$$

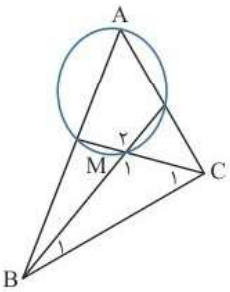
$$A=۱۸۰^\circ-\left(۱۸۰^\circ-\hat{B}_۱-\hat{C}_۱\right)$$

$$\hat{A}=\hat{B}_۱+\hat{C}_۱=\frac{\hat{B}}{۲}+\frac{\hat{C}}{۲}$$

$$\Rightarrow \hat{A}=\frac{\hat{B}+\hat{C}}{۲}=\frac{۱۸۰-\hat{A}}{۲}$$

$$\Rightarrow ۲\hat{A}=۱۸۰^\circ-\hat{A} \Rightarrow ۳\hat{A}=۱۸۰^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{A}=۶۰^\circ$$



۳۱ ۲

فاصله دونقطه $A(x_A,y_A)$ و $B(x_B,y_B)$ از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$AB=\sqrt{(x_A-x_B)^۲+(y_A-y_B)^۲}$$

پاسخ تشریحی:

$$AB=\sqrt{۴+۴}=۲\sqrt{۲}$$

$$OO'=۴\sqrt{۲}$$

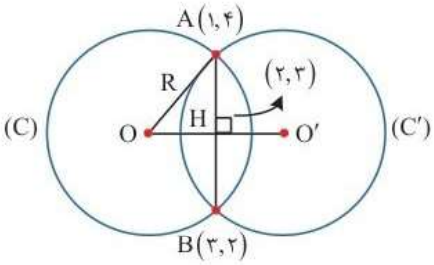
$$HO=HO'=۲\sqrt{۲}$$

معادله دایره‌ها: $(x-\alpha)^۲+(y-\beta)^۲=۱۰$

$$\xrightarrow{(۱,۴)}(۱-\alpha)^۲+(۴-\beta)^۲=۱۰$$

$$\xrightarrow{(۳,۲)}(۳-\alpha)^۲+(۲-\beta)^۲=۱۰$$

$$\rightarrow\begin{cases}\alpha=۰,۴\\ \beta=۱,۵\end{cases}\rightarrow o(۰,۱), o'(۴,۵)$$



شعاع $R=\sqrt{OH^۲+AH^۲}=\sqrt{\left(۲\sqrt{۲}\right)^۲+\left(\sqrt{۲}\right)^۲}=\sqrt{۱۰}$

دایرهٔ C'، با محور xها تقاطع ندارد اما دایرهٔ C محور xها را در دو نقطه قطع می‌کند:

$$x^۲+(y-۱)^۲=۱۰\xrightarrow{y=۰}x^۲+۱=۱۰\Rightarrow x^۲=۹\Rightarrow x=\pm۳$$

$$\begin{cases}M(-۳,۰)\\ N(۳,۰)\end{cases}\Rightarrow MN=۶$$

www.biomaze.ir

t.me/Azmoonha_Azmayeshi

۳۲ ۴

اندازهٔ تصویر قائم بردار $\vec{a}$ در راستای بردار $\vec{b}$ برابر است با: $\frac{|\vec{a}.\vec{b}|}{|\vec{b}|}$

پاسخ تشریحی:

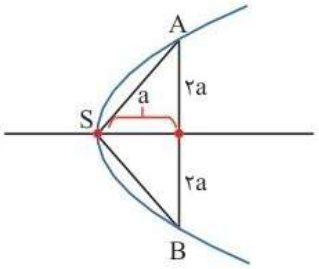
$$\frac{|\vec{a}\cdot\vec{b}|}{|\vec{b}|}=\frac{۵}{\sqrt{۲}}\Rightarrow\frac{|۲+۳a|}{\sqrt{۱+a^۲}}=\frac{۵}{\sqrt{۲}}$$

$$\Rightarrow ۲\left(۴+۹a^۲+۱۲a\right)=۲۵\left(۱+a^۲\right)\Rightarrow ۷a^۲-۲۴a+۱۷=۰$$

$$\Rightarrow\begin{cases}a=۱\\ a=\frac{۱۷}{۷}\end{cases}\Rightarrow \text{اختلاف}=\frac{۱۷}{۷}-۱=\frac{۱۰}{۷}$$

۳۳ ۳

پاسخ تشریحی:



$$S_{\hat{SAB}}=\frac{۱}{۲}a\times ۴a=۲a^۲$$

$$y^۲-۴y+۴=x-۲+۴$$

$$(y-۲)^۲=x+۲$$

$$۴a=۱\Rightarrow a=\frac{۱}{۴}$$

$$S_{\hat{SAB}}=۲\left(\frac{۱}{۴}\right)^۲=۲\times\frac{۱}{۱۶}=\frac{۱}{۸}$$

۳۴ ۱

پاسخ تشریحی:

$$\begin{bmatrix}۱&۱&۰\\-۱&۱&۱\\۰&-۲&-۱\end{bmatrix}\begin{bmatrix}۱&x&-۱\\۱&۱&x\\x&۱&-۱\end{bmatrix}\begin{bmatrix}۲&۱&۰\\۱&۰&۱\\۰&-۱&۰\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}x+۵&-&x+۱\\-&۰&-\\-۲x-۷&-&-۳\end{bmatrix}$$

$$x+۵-۳=x+۱-۲x-۷\Rightarrow x+۲=-x-۶\Rightarrow ۲x=-۸\Rightarrow x=-۴$$

۳۵ ۲

پاسخ تشریحی:

$$\begin{vmatrix}۱&-۱&۲\\۰&۲&-۳\\۳&-۲&۴\end{vmatrix}=۱(۸-۶)+۳(۳-۴)=۲-۳=-۱$$

$$|A|A||=|A|^۳|A|=|A|^۴=(-۱)^۴=۱$$

www.biomaze.ir

t.me/Azmoonha_Azmayeshi

۳۶ ۳

نکته ۱:

۱) برای به‌دست آوردن باقی‌مانده تقسیم A بر B ، باید مقدار A در پیمانهٔ B را به‌دست آوریم.

نکته ۲:

هر یک از مقسوم‌علیه‌های m
↑
$a \equiv b$

$$\text{اگر } a \overset{m}{\equiv} b \Rightarrow \begin{cases} a \pm c \overset{m}{\equiv} b \pm c \\ ac \overset{m}{\equiv} bc \\ a^n \overset{m}{\equiv} b^n \end{cases}$$

پاسخ تشریحی:

$$\left(۲۴^{۲۳} - ۲۱^{۲۳}\right) \times ۹ \overset{۵۶}{\equiv} x \Rightarrow \left(۲۴^{۲۳} - ۲۱^{۲۳}\right) \times ۹ \overset{۷}{\equiv} x \overset{۸}{\equiv} x$$

کافی است فقط باقیماندهٔ عدد موردنظر را در پیمانهٔ ۷ یا ۸ به‌دست آوریم:

$$۲۴ \overset{۷}{\equiv} ۳ \xrightarrow{\text{توان } ۳} ۲۴^{۳} \overset{۷}{\equiv} ۲۷ \overset{۷}{\equiv} -۱ \xrightarrow{\text{توان } ۷} ۲۴^{۲۱} \overset{۷}{\equiv} -۱$$

$$\xrightarrow{\times ۲۴^{۲}} ۲۴^{۲۳} \overset{۷}{\equiv} -۹ \overset{۷}{\equiv} ۵ \qquad (۱)$$

$$۲۱ \overset{۷}{\equiv} ۰ \xrightarrow{\text{توان } ۲۳} ۲۱^{۲۳} \overset{۷}{\equiv} ۰ \qquad (۲)$$

$$۹ \overset{۷}{\equiv} ۲ \qquad (۳)$$

$$(۱),(۲),(۳) \Rightarrow \left(۲۴^{۲۳} - ۲۱^{۲۳}\right) \times ۹ \overset{۷}{\equiv} (۵ - ۰) \times ۲ = ۱۰$$

$$۱۰ \overset{۷}{\equiv} ۳$$

۳۷ ۳

معادلهٔ $ax + by = c$ را به دو روش می‌توان به معادلهٔ هم‌نهشتی تبدیل کرد:

$$ax \overset{b}{\equiv} c \quad \text{یا} \quad by \overset{a}{\equiv} c$$

پاسخ تشریحی:

$$d = (۱۷, ۱۸) = ۱ \qquad ۱۷x + ۱۸y = ۹۸۷$$

$$(x_۰, y_۰) = (۵۷, ۱)$$

$$\begin{cases} x = ۵۷ + ۱۸k \\ y = ۱ - ۱۷k \end{cases} \Rightarrow$$

k	۰	−۱	−۲	−۳
x	۵۱	۳۹	۲۱	۳
y	۱	۱۸	۳۵	۵۲

۴ جواب طبیعی دارد.

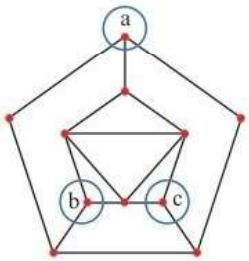
www.biomaze.ir

t.me/Azmoonha_Azmayeshi

۳۸ ۲

در گراف G، داریم: $\gamma(G) \geq \left\lceil \frac{P}{\Delta+1} \right\rceil$

پاسخ تشریحی:



$P=11\ ,\ \Delta=4\ ,\ \gamma \geq \left\lceil \frac{P}{\Delta+1} \right\rceil$

$\gamma \geq \left\lceil \frac{11}{4+1} \right\rceil \Rightarrow \gamma \geq 3$

مجموعهٔ $\{a,b,c\}$ احاطه‌گر است پس $\gamma = 3$

۳۹ ۴

پاسخ تشریحی:

چون حداقل مقدار n برابر ۲۰ است پس تعداد زیرمجموعه‌های دوعضوی که مجموعشان ۴۷ است بعلاوهٔ تک‌عضوی‌ها باید روی هم ۱۹ تا باشد.

$\{12,35\},\{13,34\},\{14,33\},\ldots,\{23,24\} \Rightarrow$ ۱۲ زیرمجموعه

پس زیرمجموعه‌های تک‌عضوی باید ۷ تا باشند یعنی:

$\{36\},\{37\},\{38\},\{39\},\{40\},\{41\},\{42\} \Rightarrow m=42$

۴۰ ۳

پاسخ تشریحی:

$2q_{min} = (16\times3)+(1\times4)+(1\times8) = 60 \Rightarrow q_{min} = 30$

$2q_{max} = (16\times8)+(1\times7)+(1\times3) = 138 \Rightarrow q_{max} = 69$

$q_{max} - q_{min} = 69-30 = 39$

www.biomaze.ir

t.me/Azmoonha_Azmayeshi

۴۱ ۲

کمیت‌های اصلی: کمیت‌هایی که یکاهای آن‌ها به‌طور مستقل تعریف می‌شوند، کمیت اصلی و یکای آن‌ها را یکای اصلی می‌نامند.
۷ کمیت اصلی وجود دارد:

کمیت	طول	جرم	زمان	جریان الکتریکی	دما	مقدار ماده	شدت روشنایی
یکا	متر (m)	کیلوگرم (kg)	ثانیه (s)	آمپر (A)	کلوین (K)	مول (mol)	کَندِلا (cd)

کمیت‌های فرعی: کمیت‌هایی که یکاهای آن‌ها با استفاده از یکاهای اصلی تعریف می‌شوند، کمیت فرعی و یکای آن‌ها را یکای فرعی می‌نامند.

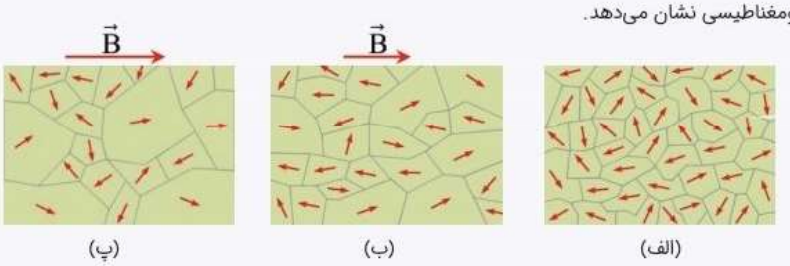
پاسخ تشریحی:

با توجه به درسنامهٔ بالا گزینهٔ ۲ صحیح است.

۴۲ ۴

ـ در مورد مواد فرومغناطیسی به نکات زیر توجه کنید.
الف) اتم‌های آن‌ها دارای خاصیت مغناطیسی ذاتی هستند و دوقطبی‌های آن‌ها درون حوزه‌های مغناطیسی هم‌سو هستند.
ب) در غیاب میدان مغناطیسی خارجی، جهت‌گیری دوقطبی‌ها بدون حوزه‌های مغناطیسی به گونه‌ای است که اثر هم را خنثی کنند ولی با برقرار کردن میدان مغناطیسی خارجی در اطراف مواد فرومغناطیسی، جهت دوقطبی‌ها درون حوزه‌ها به سمت میدان متمایل می‌شود و در نتیجه حوزه‌های هم‌سو با میدان رشد می‌کنند و حجم آن‌ها افزایش می‌یابد.

شکل زیر اثر میدان مغناطیسی خارجی را بر مواد فرومغناطیسی نشان می‌دهد.



الف) بدون حضور میدان مغناطیسی خارجی
ب) با حضور میدان مغناطیسی خارجی ضعیف
پ) با حضور میدان مغناطیسی خارجی قوی

(پ) (ب) (الف)

ـ در مورد مواد پارامغناطیسی به نکات زیر توجه کنید.
الف) دو قطبی‌های مغناطیسی وابسته به آن‌ها به طور کاتوره‌ای جهت‌گیری کرده‌اند و میدان مغناطیسی خالصی ایجاد نمی‌کنند.

ب) مواد پارامغناطیسی در حضور میدان‌های مغناطیسی قوی، خاصیت مغناطیسی ضعیف و موقت پیدا می‌کنند.
ج) اورانیم، پلاتین، سدیم، اکسیژن از جمله مواد پارامغناطیسی‌اند.

پاسخ تشریحی:

با توجه به درسنامهٔ بالا گزینهٔ ۴ صحیح است.

t.me/Azmoonha_Azmayeshi

۴۳ ۲

پاسخ تشریحی:

با توجه به متن کتاب درسی مقاومت‌های نوری در چشم‌های الکترونیکی استفاده می‌شوند.

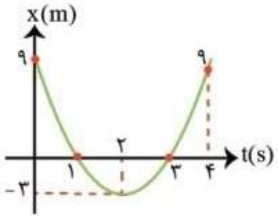
---

۴۴ ۱

نوع کمیت	فرمول ویکا در SI	
نرده‌ای (فقط اندازه دارد)	$\frac{m}{s} \leftarrow s_{av} = \frac{L \rightarrow m}{\Delta t \rightarrow s}$	تندی متوسط
برداری (هم‌اندازه دارد و هم‌جهت)	$\frac{m}{s} \leftarrow \vec{v}_{av} = \frac{\vec{d} \rightarrow m}{\Delta t \rightarrow s}$	سرعت متوسط

پاسخ تشریحی:

با توجه به معادلهٔ داده شده در صورت سوال ابتدا نمودار مکان ـ زمان متحرک را رسم می‌کنیم و سپس با توجه به نمودار به راحتی مسافت طی‌شده در بازهٔ زمانی ۱ تا ۴ ثانیه به‌دست می‌آوریم:



$$x = ۳t^۲ - ۱۲t + ۹$$

$$\ell = ۳ + ۳ + ۹ = ۱۵(m)$$

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{۱۵}{۳} = ۵\left(\frac{m}{s}\right)$$

---

۴۵ ۴

معادله مکان ـ زمان در حرکت راست خط با شتاب ثابت یک متحرک به‌صورت زیر می‌باشد:

$$x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t + x_۰$$

$x_۰$: مکان اولیهٔ متحرک (m) — x: مکان نهایی متحرک (m)

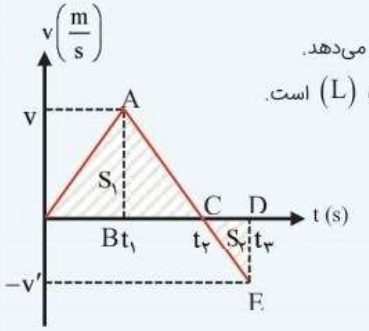
$v_۰$: سرعت اولیهٔ متحرک $\left(\frac{m}{s}\right)$ — a: شتاب متحرک $\left(\frac{m}{s^۲}\right)$

باتوجه به نمودار سرعت ـ زمان رسم شده داریم:

۱ـ شیب در نمودار سرعت ـ زمان بیانگر شتاب است.

۲ـ در لحظه‌ای که نمودار $v-t$، محور t را قطع می‌کند و علامت سرعت عوض می‌شود، متحرک تغییر جهت می‌دهد.

۳ـ مساحت محصور بین نمودار $v-t$ و محور t برابر جابه‌جایی (Δx) است و از نظر اندازه برابر با مسافت (L) است.



باتوجه به نمودار رسم شده داریم:

$$L = |S_۱| + |S_۲| \quad \text{(مسافت)} \qquad \Delta x = S_۱ - S_۲ \quad \text{(جابه‌جایی)}$$

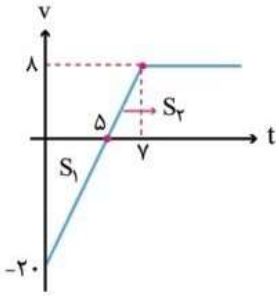
www.biomaze.ir

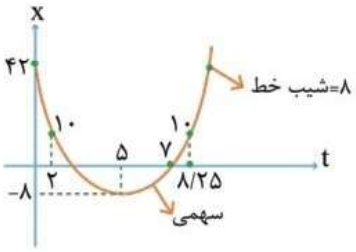
t.me/Azmoonha_Azmayeshi

پاسخ تشریحی:

$x_{\circ} = ۴۲$

در ۷ ثانیه اول حرکت شتابدار با شتاب $a = ۴\frac{m}{s^۲}$ و $v_{\circ} = -۲۰$ می‌باشد.





$S_۱ = \frac{۲۰\times۵}{۲} = ۵۰$

$S_۲ = \frac{۲\times۸}{۲} = ۸$

$\boxed{x = ۲t^۲ - ۲۰t + ۴۲}$

برای به‌دست آوردن اولین لحظه با جایگذاری مکان ۱۰ خواهیم داشت:

$۲t^۲ - ۲۰t + ۴۲ = ۱۰ \Rightarrow ۲t^۲ - ۲۰t + ۳۲ = ۰ \Rightarrow t^۲ - ۱۰t + ۱۶ = ۰ \rightarrow (t-۲)(t-۸) = ۰ \rightarrow t_۱ = ۲(s)$

از ثانیه هفتم به بعد حرکت با سرعت ثابت $۸\frac{m}{s}$ می‌باشد.

$\Delta x = v.\Delta t \rightarrow ۱۰ = ۸\times\Delta t \rightarrow \Delta t = ۱/۲۵s \rightarrow t_۲ = ۷ + ۱/۲۵ = ۸/۲۵s$

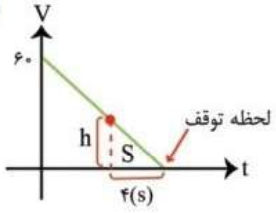
جواب سؤال $= ۸/۲۵ - ۲ = ۶/۲۵(s)$

---

۴۶ | **۱**

پاسخ تشریحی:

گام اول: با توجه به اطلاعات مسئله نمودار سرعت ـ زمان را رسم می‌کنیم:



گام دوم: با توجه به نمودار شتاب را بدست می‌آوریم:

$\frac{h\times۴}{۲} = ۳۲ \Rightarrow h = ۱۶$

$a = \frac{-۱۶}{۴} = -۴\left(\frac{m}{s^۲}\right)$

گام سوم: با داشتن شتاب هواپیما، زمان توقف و در پایان مسافت طی‌شده روی باند را به‌دست می‌آوریم:

$t_{\text{توقف}} = \frac{v_{\circ}}{|a|} = \frac{۶۰}{۴} = ۱۵$

$\ell = \frac{۶۰\times۱۵}{۲} = ۴۵۰(m)$

---

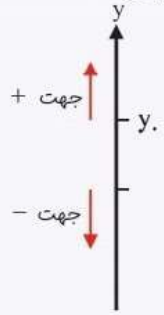
www.biomaze.ir

t.me/Azmoonha_Azmayeshi

۴۷ ۳

سقوط آزاد یکی از معروف‌ترین نمونه‌های حرکت با شتاب ثابت است.

این حرکت در شرایط خلأ (بدون مقاومت هوا) انجام می‌شود و شتاب ثابت حرکت برابر است با شتاب گرانش و جهت آن رو به مرکز زمین است.



برای راحتی کار

$g = 9/8 \frac{m}{s^2} \longrightarrow \boxed{a = -g}$

$\vec{a} = -g\vec{j}$

چون در این حرکت سرعت اولیه صفر است با در نظر گرفتن y_0 به عنوان مکان اولیه داریم:

معادلهٔ سرعت زمان حرکت با شتاب ثابت $\boxed{v = at + v_0} \xrightarrow[v_0=0]{\text{سقوط آزاد}} \boxed{v = -gt}$

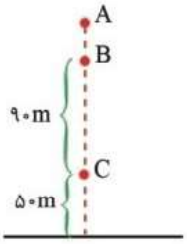
مکان زمان حرکت با شتاب ثابت $\boxed{x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0} \xrightarrow{v_0=0} \boxed{y = -\frac{1}{2}gt^2 + y_0}$

$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t \xrightarrow{v_0=0} \Delta y = -\frac{1}{2}gt^2$

$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \xrightarrow{v_0=0} v^2 = -2g\Delta y$

پاسخ تشریحی:

گام اول: ابتدا زمان رسیدن گلوله به نقطهٔ B را به‌دست می‌آوریم:



$t_{BC} = 3(s)$

$\frac{-1}{2}g(t+3)^2 - \left(\frac{-1}{2}gt^2\right) = -90$

$t = 1/5s$

گام دوم: حال که اطلاعات کاملی در مورد بازه‌های زمانی داریم، ارتفاع گلوله ۳ ثانیه قبل از رسیدن به زمین را به‌دست می‌آوریم:

$\begin{cases} t_B = 1/5s \\ t_C = 4/5s \end{cases}$

$\frac{-1}{2}gt_{\text{زمین}}^2 + \frac{1}{2}g(4/5)^2 = -50$

$t_{\text{زمین}} = 5/5s$

$t = 2/5(s)$ ← سه ثانیه قبل از رسیدن به زمین

$\frac{-1}{2}g(5/5)^2 + \frac{1}{2}g(2/5)^2 = 0 - y$

$\Rightarrow y = 120(m)$

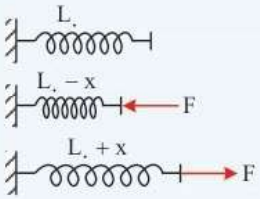
www.biomaze.ir

t.me/Azmoonha_Azmayeshi

۴۸ ۱

اثر نیرو روی فنر

اگر مطابق شکل‌های زیر یک سر فنری که سر دیگر آن به یک نقطهٔ ثابت بسته شده است با نیرویی به اندازهٔ F فشرده شود یا کشیده شود، اندازهٔ تغییر طول ایجاد شده برای فنر (x) با نیروی وارد بر آن متناسب است.



$x \propto F \Rightarrow \frac{F}{x} = \text{ثابت}$ (تغییر طول فنر با نیروی وارد بر آن متناسب است.)

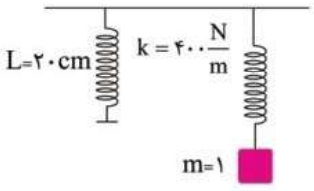
برای هر فنر نسبت نیروی وارد بر آن به تغییر طول آن مقدار ثابتی است که ثابت آن فنر نامیده می‌شود و آن را با k نمایش می‌دهند، یکای ثابت فنر در SI، نیوتون بر متر $\left(\frac{N}{m}\right)$ است.

$$\frac{F}{x} = k \Rightarrow F = kx$$

ثابت فنر به ویژگی‌های فیزیکی خود فنر بستگی دارد نه به نیرو یا تغییر طول فنر.

پاسخ تشریحی:

باید توجه داشت که چون نیروی وزن در این سوال برابر با نیروی فنر است، می‌توانیم داشته باشیم:



$$k\Delta\ell = mg$$

$$۴۰۰\Delta\ell = ۱\times۱۰ \Rightarrow \Delta\ell = \frac{۱۰}{۴۰۰} = \frac{۱}{۴۰}(m) = ۲/۵(cm)$$

دامنه نوسان $A = ۲/۵\,cm$

بیش‌ترین طول فنر به $۲۵\,cm$ می‌رسد.

$$۲۰ + (۲A) = ۲۰ + ۵ = ۲۵\,cm$$

در انتهای مسیر تندی مجدداً صفر می‌شود.

۴۹ ۳

نیروی اصطکاک: نیروی اصطکاک برای جلوگیری از لغزش دو سطح در تماس در راستای مماس بر سطح تماس و به سمتی که از لغزش دو سطح روی یکدیگر جلوگیری کند ایجاد می‌شود. نیروی اصطکاک به دو شکل زیر ایجاد می‌شود:

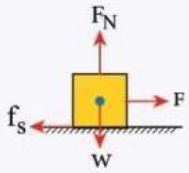
الف) دو سطح در تماس روی هم نمی‌لغزند و نسبت به هم ساکن هستند و بین دو سطح نیروی اصطکاک وجود دارد. در حالی که اگر نیروی اصطکاک وجود نداشت، دو سطح روی هم می‌لغزیدند. به نیروی اصطکاک در این شرایط نیروی اصطکاک ایستایی می‌گوییم. نیروی اصطکاک ایستایی را با f_s نشان می‌دهیم.

ب) دو سطح در تماس روی هم می‌لغزند و بین دو سطح نیروی اصطکاک وجود دارد. به نیروی اصطکاک در این شرایط نیروی اصطکاک جنبشی (لغزشی) می‌گوییم. نیروی اصطکاک جنبشی را با f_k نشان می‌دهیم.

نیروی اصطکاک ایستایی: نیروی اصطکاک ایستایی با کمک قانون دوم نیوتون و با فرض ساکن بودن دو سطح روی هم به‌دست می‌آید.

جسمی را در نظر بگیرید که مطابق شکل زیر روی یک سطح افقی قرار دارد و به آن نیروی F در راستای افقی وارد می‌شود و ساکن است.

به دلیل تعادل جسم و طبق قانون دوم نیوتون داریم:



$$\Sigma F = ۰ \Rightarrow f_s = F$$

یعنی نیروی اصطکاک ایستایی به اندازهٔ نیروی محرک وارد بر جسم در راستای سطح است. اگر نیروی F تغییر کند و جسم باز هم ساکن باشد به معنی این است که نیروی اصطکاک ایستایی نیز تغییر کرده است و باز هم به اندازهٔ نیروی محرک وارد بر جسم در راستای سطح ایجاد شده است.

می‌توان نتیجه گرفت نیروی اصطکاک ایستایی به اندازهٔ لازم و کافی برای جلوگیری از لغزش دو سطح روی هم ایجاد می‌شود.

www.biomaze.ir

t.me/Azmoonha_Azmayeshi

بیشینهٔ نیروی اصطکاک ایستایی (نیروی اصطکاک در آستانهٔ حرکت)

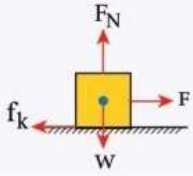
بدیهی است که اگر نیروی F به اندازهٔ کافی بزرگ باشد جسم روی سطح می‌لغزد. یعنی نیروی اصطکاک ایستایی به هر اندازه‌ای نمی‌تواند ایجاد شود. بیش‌ترین نیروی اصطکاک ایستایی بین دو سطح در تماس را $f_{s,max}$ می‌نامیم و به آن نیروی اصطکاک در آستانهٔ حرکت گفته می‌شود.

آزمایش‌های تجربی نشان می‌دهد که بیشینهٔ نیروی اصطکاک ایستایی بین دو سطح در تماس متناسب با نیروی عمود بر سطح بین دو سطح در تماس است.

$$f_{s,max} \propto F_N \Rightarrow \frac{f_{s,max}}{F_N} = \text{ثابت} = \mu_s \Rightarrow f_{s,max} = \mu_s F_N$$

در رابطهٔ $f_{s,max} = \mu_s F_N$، μ_s ضریب ثابتی است که به جنس دو سطح در تماس بستگی دارد و به‌طور تجربی محاسبه می‌شود، به μ_s ضریب اصطکاک ایستایی می‌گویند.

نیروی اصطکاک جنبشی (لغزشی): جسمی را در نظر بگیرید که مطابق شکل زیر روی یک سطح افقی قرار دارد و به آن نیروی F در راستای افقی وارد می‌شود و جسم روی سطح در حال حرکت است.

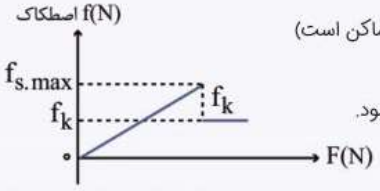


آزمایش‌های تجربی نشان می‌دهد که نیروی اصطکاک جنبشی بین دو سطح در تماس اندازهٔ ثابتی دارد که متناسب با نیروی عمود بر سطح بین دو سطح در تماس است.

$$f_k \propto F_N \Rightarrow \frac{f_k}{f_N} = \text{ثابت} = \mu_k \Rightarrow f_k = \mu_k F_N$$

در رابطهٔ $f_k = \mu_k F_N$، μ_k ضریب ثابتی است که به جنس دو سطح در تماس بستگی دارد و به‌طور تجربی محاسبه می‌شود. به μ_k ضریب اصطکاک جنبشی (لغزشی) می‌گویند.

اگر نمودار نیروی اصطکاک را برحسب نیروی F (نیروی وارده برای به حرکت درآوردن جسمی که در ابتدا ساکن است) رسم کنیم، خواهیم داشت:

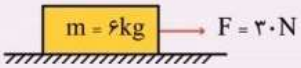


f_s با تغییر F از صفر تا $f_{s,max}$ افزایش می‌یابد و پس از حرکت نیروی اصطکاک برابر مقدار ثابت f_k می‌شود.

به تست بعدی دقت کنید تا درک بهتری از مطلب به‌دست بیاورید:

مثال:

در شکل زیر نیرویی که از طرف سطح به جسم وارد می‌شود کدام گزینه است؟



$\mu_s = ۰/۷۵ \quad \mu_k = ۰/۳$

۱) $۶۰\,N$

۲) $۳۰\,N$

۳) $۹۰\,N$

۴) $۳۰\sqrt{۵}\,N$

پاسخ: گزینه ۴

ابتدا $f_{s\,max}$ را محاسبه می‌کنیم تا وضعیت حرکت یا عدم حرکت جسم تعیین شود:

$$f_{s\,max} = \mu_s F_N = ۰/۷۵ \times ۶ \times ۱۰ = ۴۵\,N$$

مقدار F از $f_{s\,max}$ کمتر است. بنابراین جسم ساکن می‌باشد و اصطکاک از نوع ایستایی بوده و هم‌اندازه F می‌باشد. به عبارتی:

$$f_s = ۳۰\,N$$

از طرفی $F_N = mg$ نیز می‌باشد. پس:

$$F_N = mg = ۶ \times ۱۰ = ۶۰\,N$$

در نهایت:

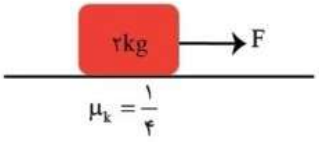
$$R = \sqrt{F_N^۲ + f_s^۲} = \sqrt{۳۰^۲ + ۶۰^۲} = ۳۰\sqrt{۵}\,N$$

www.biomaze.ir

t.me/Azmoonha_Azmayeshi

پاسخ تشریحی:

گام اول: برای به‌دست آوردن شتاب در حالت اول، باید ابتدا نیرو را در حالت دوم به‌دست آوریم:



حالت دوم $\begin{cases} \text{سرعت ثابت} \Rightarrow a = ۰ \Rightarrow F = \mu_k F_N \\ \Rightarrow F = \frac{۱}{۴}(mg + ۳۰) = \frac{۵۰}{۴} = ۱۲/۵(N) \end{cases}$

گام دوم: حال با داشتن نیرو، شتاب را به‌دست می‌آوریم:

حالت اول $F - f_k = ma \Rightarrow ۱۲/۵ - \mu_k mg = ma$

$۱۲/۵ - ۵ = ۲a \Rightarrow a = ۳/۷۵\left(\frac{m}{s^۲}\right)$

---

۲ ۵۰

پاسخ تشریحی:

گام اول: باید ابتدا شتاب را به‌دست آوریم ولی قبل از آن یک تبدیل واحد برای تندی مطرح‌شده در صورت سوال خواهیم داشت:

$v_۰ = ۵۴\frac{km}{h} = ۱۵\left(\frac{m}{s}\right)$

$\Delta x_{\text{توقف}} = \frac{v_۰^۲}{۲|a|} \Rightarrow ۲۲/۵ = \frac{۲۲۵}{۲|a|} \Rightarrow |a| = ۵\frac{m}{s^۲}$

گام دوم: حالا که شتاب را به‌دست آوردیم، به راحتی ضریب اصطکاک جنبشی را هم به‌دست می‌آوریم:

$|a| = \mu_k g \Rightarrow ۵ = ۱۰\mu_k \Rightarrow \mu_k = ۰/۵$

---

۴ ۵۱

پاسخ تشریحی:

به کمک قانون دوم نیوتون و رابطهٔ نیروی گرانشی، نسبت شتاب حرکت دو ماهواره را به‌دست می‌آوریم:

$\frac{T_A}{T_B} = \frac{\sqrt{۲}}{۴} \Rightarrow \sqrt{\left(\frac{r_A}{r_B}\right)^۳} = \frac{\sqrt{۲}}{۴} \Rightarrow \left(\frac{r_A}{r_B}\right)^۳ = \frac{۲}{۱۶} = \frac{۱}{۸}$

$\Rightarrow \frac{r_A}{r_B} = \frac{۱}{۲}$

$a = \frac{GM_e}{r^۲}$

$\frac{a_B}{a_A} = \left(\frac{r_A}{r_B}\right)^۲ = \left(\frac{۱}{۲}\right)^۲ = \frac{۱}{۴}$

---

www.biomaze.ir

t.me/Azmoonha_Azmayeshi

۵۲ ۲

انرژی نوسانگر هماهنگ ساده را می‌توان به‌صورت زیر بیان کرد:

$$\text{انرژی جنبشی}: K=\frac{1}{2}mv^2$$

$$\text{انرژی مکانیکی}: E=\frac{1}{2}kA^2=\frac{1}{2}m\omega^2A^2$$

$$E=K+U$$

بدیهی است، در لحظه‌ای که انرژی پتانسیل و جنبشی باهم برابرند، سهم هریک از کل انرژی مکانیکی، نصف انرژی مکانیکی است، یعنی در این لحظه، داریم:

$$\begin{cases} U=K=\frac{1}{2}E \\ v=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}v_{max} \\ x=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}A \end{cases}$$

تذکر: بدیهی است که در مرکز نوسان، انرژی پتانسیل صفر و انرژی جنبشی بیشینه است. یعنی:

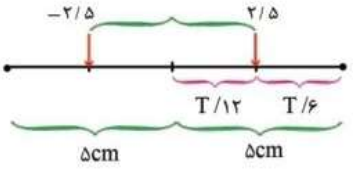
$$\begin{cases} x=0 \Rightarrow U=0 \\ K_{max}=E=\frac{1}{2}mv_{max}^2 \end{cases}$$

و در نقاط بازگشتی، یعنی $x=\pm A$ ، انرژی جنبشی صفر است و داریم:

$$\begin{cases} x=\pm A \Rightarrow K=0 \\ U_{max}=E=\frac{1}{2}kA^2=\frac{1}{2}m\omega^2A^2 \end{cases}$$

پاسخ تشریحی:

گام اول: با توجه به رسم شکل و اطلاعات مسئله بیشترین تندی را محاسبه می‌کنیم:



$$m=0/4\,kg$$

$$A=5\,cm$$

$$x=A\cos\left(\frac{2\pi}{T}t\right)$$

$$\frac{2T}{12}=\frac{1}{30}\Rightarrow T=\frac{1}{5}s\Rightarrow\omega=\frac{2\pi}{T}=10\pi\frac{rad}{s}$$

گام دوم: حال که بیشترین تندی را به‌دست آوردیم، به کمک آن، خواستهٔ سوال یعنی بیشینهٔ انرژی جنبشی را به‌دست می‌آوریم:

$$v_{max}=A\omega=\frac{5}{100}\times10\pi=\frac{\pi}{2}\frac{m}{s}$$

$$K_{max}=\frac{1}{2}mv_{max}^2=\frac{1}{2}\times\frac{4}{10}\times\left(\frac{\pi}{2}\right)^2=\frac{1}{5}\times\frac{9}{4}=\frac{9}{20}J=450\,mJ$$

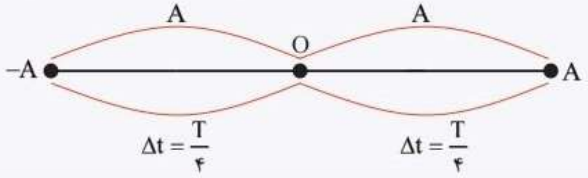
www.biomaze.ir

t.me/Azmoonha_Azmayeshi

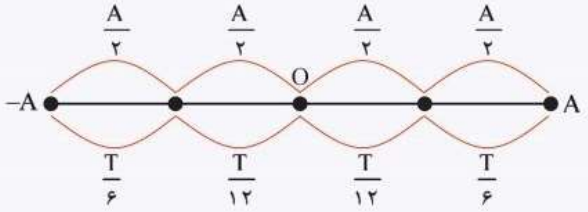
۵۳ ۳

به‌طور کلی در یک حرکت هماهنگ ساده با دامنهٔ A و دورهٔ T می‌توان تقسیم‌بندی زیر را انجام داد. در شکل‌های زیر O مرکز نوسان است.

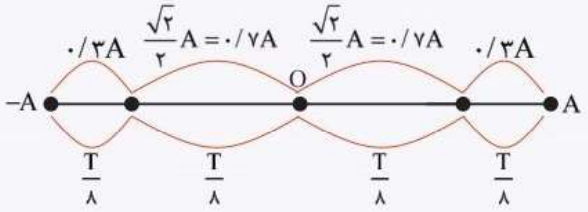
(۱)



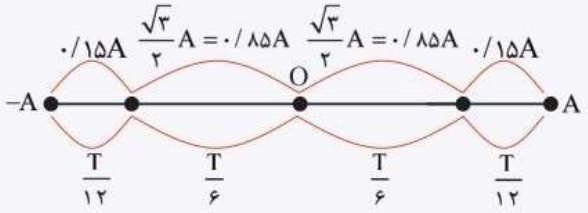
(۲)



(۳)



(۴)



باتوجه به شکل‌ها، به راحتی می‌توان دریافت که نوسانگر، در زمان‌های مساوی، الزاماً جابه‌جایی‌های مساوی ندارد، چون حرکت هماهنگ ساده، حرکتی است شتابدار، با شتاب متغیر.

بدیهی است که هرچه نوسانگر به مرکز نوسان نزدیک‌تر باشد، تندی بیش‌تری پیدا می‌کند و می‌تواند، در زمان‌های کم‌تری، جابه‌جایی بیش‌تری نسبت به نقاط دورتر از مرکز نوسان داشته باشد.

از طرفی می‌دانیم که در حرکت هماهنگ ساده، اگر نوسانگر از مرکز نوسان دور شود، حرکتش کندشونده و اگر به مرکز نوسان نزدیک شود، حرکتش تندشونده است. با این مقدمه، می‌توان خیلی از سؤال‌ها را در زمان کوتاه‌تری حل کرد.

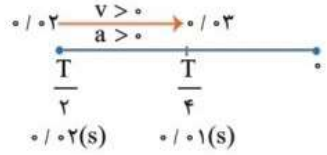
پاسخ تشریحی:

با توجه به درسنامه و رسم شکل صورت گرفته، بازهٔ زمانی مدنظر طراح را به‌دست می‌آوریم:

$$x = ۰/۰۳\cos(۵۰\pi t)$$

$$\omega = \frac{۲\pi}{T} = ۵۰\pi$$

$$\Rightarrow T = \frac{۱}{۲۵}(s) = ۰/۰۴(s)$$



بنابراین در بازهٔ زمانی $t_۱ = ۰/۰۲s$ تا $t_۲ = ۰/۰۳s$، بردارهای سرعت و شتاب، هر دو در جهت محور هستند.

www.biomaze.ir

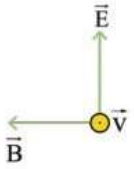
t.me/Azmoonha_Azmayeshi

۵۴ | ۱

قاعدهٔ دست راست برای تعیین جهت انتشار امواج الکترومغناطیسی:

چهار انگشت دست راست را در جهت میدان الکتریکی قرار می‌دهیم، طوری که میدان مغناطیسی از پشت دست وارد و از کف دست خارج شود. در این صورت انگشت شست جهت انتشار موج الکترومغناطیسی را نشان می‌دهد.

پاسخ تشریحی:



جهت انتشار: محور z

میدان الکتریکی: محور y

قانون دست راست ← میدان مغناطیسی خلاف جهت محور x

---

۵۵ | ۲

سرعت نور در خلأ، ثابت و برابر با $c = ۳\times۱۰^{۸}\ \frac{m}{s}$ است.

اما وقتی نور وارد یک محیط شفاف (مثل شیشه) می‌شود سرعت آن تغییر می‌کند و مقدار آن کمتر از سرعت نور در خلأ می‌شود.

سرعت نور در یک محیط شفاف از رابطهٔ مقابل به‌دست می‌آید:

$$v = \frac{c}{n}$$

v: سرعت نور در محیط شفاف

c: سرعت نور در خلأ

n: ضریب شکست محیط شفاف

توجه داشته باشید که ضریب شکست محیط برای نورهای مختلف متفاوت است؛ یعنی مثلاً ضریب شکست شیشه برای نور قرمز و بنفش عددهای متفاوتی هست؛ بنابراین سرعت نورهای مختلف در یک محیط شفاف متفاوت است.

هر چه ضریب شکست محیط برای نوری (رنگ) بیشتر باشد سرعت آن نور (رنگ) کمتر خواهد بود. (طبق رابطهٔ بالا)

پاسخ تشریحی:

گام اول: با توجه به اطلاعات مسئله و رابطهٔ گفته شده در درسنامه سرعت نور را محاسبه می‌کنیم:

$$\downarrow \lambda = \frac{v\downarrow}{f_{\text{ثابت}}}$$

$$\frac{c}{f} - \frac{v}{f} = ۱۵۰\times۱۰^{-۹}$$

$$c - v = ۱۵۰\times۱۰^{-۹}\times۵\times۱۰^{۱۴}$$

$$c - v = ۷۵۰\times۱۰^{۵} = ۰/۷۵\times۱۰^{۸}$$

$$\Rightarrow v = ۳\times۱۰^{۸} - ۰/۷۵\times۱۰^{۸} = ۲/۲۵\times۱۰^{۸}\ \frac{m}{s}$$

گام دوم: حال با داشتن سرعت، به راحتی ضریب شکست را به‌دست می‌آوریم:

$$n = \frac{c}{v} = \frac{۳\times۱۰^{۸}}{۲/۲۵\times۱۰^{۸}} = \frac{۳}{۲/۲۵} = \frac{۱۲}{۹} \Rightarrow n = \frac{۴}{۳}$$

---

www.biomaze.ir

t.me/Azmoonha_Azmayeshi

۵۶ ۳

تندی انتشار موج عرضی در یک تار یا فنر: اگر یک موج عرضی در یک تار یا ریسمان در حال انتشار باشد، تندی انتشار موج از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$v=\sqrt{\frac{F}{\mu}}\leftarrow \begin{cases}\text{تندی انتشار } (\frac{m}{s})\\ \text{چگالی خطی یا جرم واحد طول } \rightarrow (\frac{kg}{m})\\ \text{نیرو } \rightarrow (N)\end{cases}$$

ـ چگالی خطی برابر است با:

$$\mu=\frac{m}{L}$$

ـ رابطهٔ تندی انتشار موج $v=\sqrt{\frac{F}{\mu}}$ را می‌توان به صورت‌های زیر هم نوشت.

$$v=\sqrt{\frac{F}{\mu}}\xrightarrow{\mu=\frac{m}{L}}v=\sqrt{\frac{FL}{m}}\xrightarrow{m=\rho(AL)}v=\sqrt{\frac{F}{\rho A}}\xrightarrow{A=\frac{\pi D^2}{4}}v=\frac{2}{D}\sqrt{\frac{F}{\rho\pi}}$$

پاسخ تشریحی:

با توجه به نکته مطرح شده در درسنامه و با جایگذاری، قطر مقطع به‌دست می‌آید:

$$\lambda=\frac{v}{f}\Rightarrow\frac{1}{4}=\frac{v}{200}\Rightarrow v=50\left(\frac{m}{s}\right)$$

$$v=\frac{2}{D}\sqrt{\frac{F}{\rho\pi}}\Rightarrow 50=\frac{2}{D}\sqrt{\frac{6\cancel{0}^{20}}{8000\times\cancel{4}}}\Rightarrow 50=\frac{2}{D}\times\sqrt{\frac{1}{400}}$$

$$\Rightarrow 50=\frac{2}{D}\times\frac{1}{20}=\frac{1}{10D}\Rightarrow D=\frac{1}{500}(m)=0/002(m)$$

$$\Rightarrow D=2(mm)$$

۵۷ ۱

بنابر نظر انیشتین، وقتی نوری تک‌فام بر سطح فلزی می‌تابد، هر فوتون صرفاً با یکی از الکترون‌های فلز برهم‌کنش می‌کند. اگر فوتون انرژی کافی داشته باشد تا فرایند خارج کردن الکترون از فلز را انجام دهد، الکترون به‌طور آنی از آن گسیل می‌شود.

در این‌صورت بخشی از انرژی فوتون صرف جدا کردن الکترون از فلز می‌شود و مابقی آن به انرژی جنبشی الکترون خارج‌شده تبدیل می‌شود.

این نظر اینشتین را می‌توان به کمک قانون پایستگی انرژی به‌صورت زیر نوشت:

$hf=W+K$ (قانون پایستگی انرژی در اثر فوتوالکتریک)

که در آن W کار (انرژی) لازم برای خارج کردن الکترون‌ها از سطح یک فلز و K انرژی جنبشی آن‌ها پس از جدا شدن از سطح آن فلز است. از آنجا که برخی از الکترون‌ها در فلز کم‌تر مقیدند، برای خارج کردن آن‌ها از فلز کار کم‌تری لازم است. بنابراین اگر حداقل کار لازم برای خارج کردن الکترون‌ها از سطح یک فلز خاص W_0 باشد، انرژی جنبشی سریع‌ترین فوتوالکترون‌های گسیل شده از آن برابر خواهد بود با:

$K_{max}=hf-W_0$ (معادلهٔ فوتوالکتریک)

W_0 را تابع کار فلز می‌نامند که به جنس فلز بستگی دارد و همان‌گونه که گفتیم، کمینه کار لازم برای خارج کردن یک الکترون از یک فلز معین است.

اگر نمودار K_{max} برحسب f را رسم کنیم، به‌صورت خط راستی خواهد بود که محور افقی را در $f=f_0$ قطع می‌کند. در این بسامد، که معمولاً بسامد آستانه نامیده می‌شود، الکترون بدون هیچ انرژی جنبشی‌ای در آستانهٔ ترک فلز است. در این‌صورت، انرژی فوتون فرودی مساوی تابع کار فلز است و بسامد آستانه از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$f_0=\frac{W_0}{h}$ (بسامد آستانهٔ فوتوالکترون‌ها)

www.biomaze.ir

t.me/Azmoonha_Azmayeshi

پاسخ تشریحی:

فقط کافیست رابطهٔ اصلی را نوشته و جایگذاری لازم را انجام دهیم:

$$K_{max} = h(f - f_.)$$

$$\frac{\frac{1}{2} \times 9 \times 10^{-31} \times \frac{10^{16}}{9} \times 10^{14}}{1/6 \times 10^{-19}} = 4 \times 10^{-15}\left(f - 5 \times 10^{14}\right)$$

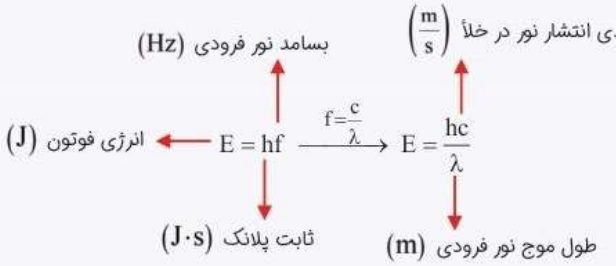
$$5 = 4 \times 10^{-15} f - 2 \Rightarrow 4 \times 10^{-15} f = 7$$

$$\Rightarrow f = 1/75 \times 10^{15}\,Hz$$

---

۵۸ ۲

انیشتین فرض کرد که نور با بسامد f را می‌توان به‌صورت مجموعه‌ای از بسته‌های انرژی در نظر گرفت. هر بستهٔ انرژی، فوتون نام دارد که دارای انرژی‌ای است که از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:



ـ تندی انتشار نور در خلأ، $c = 3 \times 10^{8}\,\frac{m}{s}$ است.

ـ h ثابت پلانک نامیده می‌شود که مقدار آن در SI، $h = 6/63 \times 10^{-34}\,J \cdot s$ است.

یکای ثابت پلانک $J \cdot s$ بود که می‌توان برحسب $eV \cdot s$ بیان کرد:

$$h = 6/63 \times 10^{-34}\,J \cdot s \times \frac{1\,eV}{1/6 \times 10^{-19}\,J} \simeq 4/14 \times 10^{-15}\,eV \cdot s$$

* اگر h برحسب $eV \cdot s$ و تندی نور در خلأ برحسب $\frac{nm}{s}$ باشد، داریم:

$$hc = \underbrace{4/14 \times 10^{-15}}_{h \text{ برحسب } eV \cdot s} \times \underbrace{3 \times 10^{8} \times 10^{9}}_{c \text{ برحسب } \frac{nm}{s}} \simeq 1240\,eV \cdot nm$$

بچه‌ها باتوجه به متن کتاب درسی، توصیه می‌کنم، $hc \simeq 1240\,eV \cdot nm$ را حفظ باشید.

پاسخ تشریحی:

با توجه به اینکه طول موج باید بین ۴۰۰ تا ۷۰۰ نانومتر باشد تا در محدودهٔ نور مرئی قرار بگیرد، می‌توان انرژی وابسته به هر فوتون را به‌دست آورد:

$$E = hf = \frac{hc}{\lambda} = \frac{1240\,eV.nm}{\lambda}$$

www.biomaze.ir

t.me/Azmoonha_Azmayeshi

$$۴۰۰\text{nm} \le \lambda \le ۷۰۰\text{nm} \xrightarrow{\frac{۱۲۴۰}{E}=\lambda} ۴۰۰ \le \frac{۱۲۴۰}{E} \le ۷۰۰ \Rightarrow \begin{cases} E \le \frac{۱۲۴۰}{۴۰۰} \Rightarrow E \le ۳/۱\text{eV} \\ E \ge \frac{۱۲۴۰}{۷۰۰} \Rightarrow E \ge ۱/۷\text{eV} \end{cases} \Rightarrow ۱/۷\text{eV} \le E \le ۳/۱\text{eV}$$

---

۵۹ | ۱

پاسخ تشریحی:

قاعدهٔ دست راست را برای هر سه ذره استفاده می‌کنیم:

A ← نوع بار منفی (الکترونی)

B ← گاما (بدون انحراف)

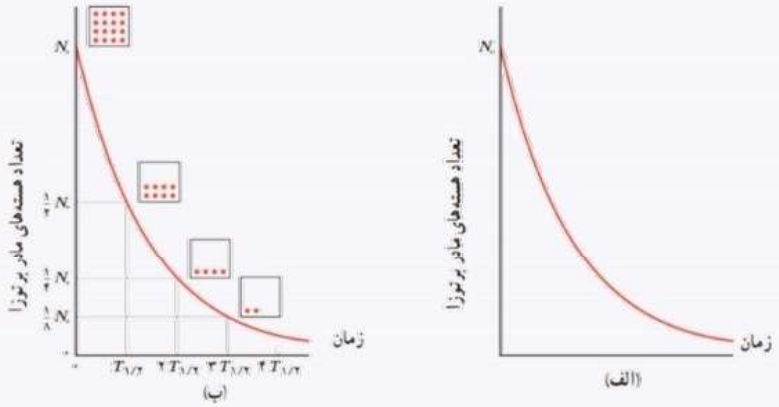
C ← نوع بار + ← آلفا

---

۶۰ | ۴

همان‌طور که گفتیم هسته‌های ناپایدار ابا گذشت زمان دچار واپاشی می‌شوند و به ذرات، انرژی و هسته‌های سبک‌تر تبدیل می‌شوند، به مدت زمانی که طول می‌کشد تا تعداد هسته‌های مادر موجود در یک نمونه، به نصف برسند، نیمه عمر می‌گویند و آن را با $T_{\frac{۱}{۲}}$ نشان می‌دهند.

فرض کنید تعداد هسته‌های مادر موجود در یک مادهٔ پرتوزا برابر $N_۰$ باشد، همان‌طور که در نمودارهای زیر می‌بینید، با گذشت زمان، این هسته‌ها دچار واپاشی شده و کاهش می‌یابند، همان‌طور که در نمودار سمت چپ می‌بینید با گذشت هر نیمه‌عمر تعداد هسته‌های باقی‌مانده نصف می‌شود.



برای به‌دست آوردن تعداد هسته‌های باقی‌مانده در یک واپاشی می‌توان از رابطهٔ زیر استفاده کرد:

$$N = \frac{N_۰}{۲^n} \qquad m = \frac{m_۰}{۲^n} \qquad n = \frac{t}{T_{\frac{۱}{۲}}}$$

N ← تعداد هسته‌های باقی‌مانده

$N_۰$ ← تعداد هسته‌های اولیه

m ← جرم فعال

$m_۰$ ← جرم اولیه

n ← تعداد نیمه‌عمرهای سپری شده

t ← کل زمان واپاشی

$T_{\frac{۱}{۲}}$ ← زمان نیمه‌عمر

www.biomaze.ir

t.me/Azmoonha_Azmayeshi

۱ـ در روابط بالا یکای t و $T_{\frac{1}{2}}$ می‌تواند، ثانیه، دقیقه، ساعت، روز، ماه و یا سال باشد، فقط کافی است یکای این دو کمیت یکسان جایگذاری شود.

۲ـ در تعداد زیادی از سؤالات کنکور درصد مادهٔ باقی‌مانده و یا درصد مادهٔ متلاشی‌شده خواسته می‌شود.
برای پاسخ‌گویی سریع‌تر به این سؤالات می‌توان از روش زیر استفاده کرد.
فرض کنید مقدار مادهٔ اولیه برابر ۱۰۰% باشد، با گذشت یک نیمه‌عمر ۵۰ درصد آن متلاشی شده و ۵۰ درصد آن باقی می‌ماند. در ادامه با گذشت یک نیمه‌عمر دیگر، ۲۵ درصد ماده باقی مانده و در نتیجه مقدار واپاشیده‌شده به ۷۵ درصد می‌رسد و به همین ترتیب داریم:

مادهٔ باقی‌مانده	۱۰۰ درصد	۵۰	۲۵	۱۲/۵	۶/۲۵
ماده واپاشیده‌شده	صفر درصد	۵۰	۷۵	۸۷/۵	۹۳/۷۵

پاسخ تشریحی:

گام اول: ابتدا نیمه عمر را به‌دست می‌آوریم:

$$2T = 4\,year \Rightarrow T = 2\,year$$

گام دوم: تعداد سالی که باید بگذرد تا ۱۲/۵ درصد از هسته‌ها باقی بماند:

$$\%12/5 = \frac{1}{8} \Rightarrow \text{سه نیمه عمر باید طی شده باشد} = 6\,year$$

$$\Rightarrow \text{جواب} = 6 - 4 = 2\,year$$

۶۱ ۲

۱ـ برای محاسبهٔ میدان الکتریکی حاصل از بار q در فاصلهٔ r از آن از رابطهٔ زیر استفاده می‌کنیم:

$$E_A = k\frac{q}{r^2}$$

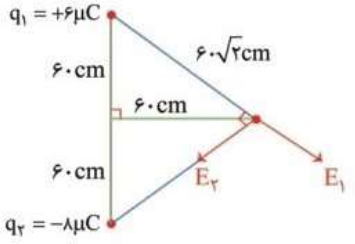
۲ـ جهت میدان حاصل از بار مثبت به‌صورت خارج‌شونده و جهت میدان حاصل از بار منفی به‌صورت داخل‌شونده است. به شکل‌های زیر دقت کنید.

پاسخ تشریحی:

گام اول: ابتدا رابطهٔ محاسبهٔ میدان الکتریکی را برای هر دو بار می‌نویسیم:

$$E_1 = \frac{k|q_1|}{(0/6\sqrt{2})^2}$$

$$E_2 = \frac{k|q_2|}{(0/6\sqrt{2})^2}$$



گام دوم: با توجه به رسم شکل صورت گرفته، دو میدان بر هم عمودند و خواهیم داشت:

$$E_1 \perp E_2 \Rightarrow E_t = \sqrt{E_1^2 + E_2^2} = \frac{k}{(0/6\sqrt{2})^2}\sqrt{(36+64)\times 10^{-12}} = \frac{10k\times 10^{-6}}{0/36\times 2}$$

$$\Rightarrow E_t = \frac{10\times 9\times 10^3}{72\times 10^{-2}} = \frac{10^6}{8} = 1/25\times 10^5\left(\frac{N}{C}\right)$$

www.biomaze.ir

t.me/Azmoonha_Azmayeshi

۶۲ ۴

برای به‌دست آوردن چگالی سطحی بار از رابطهٔ زیر استفاده می‌کنیم:

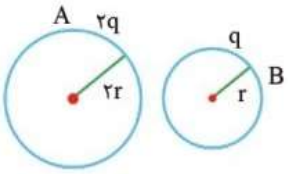
$$\sigma = \frac{q}{A}$$

اگر مقایسهٔ بین چگالی سطح دو کره را خواستند:

$$\frac{\sigma_A}{\sigma_B} = \frac{q_A}{q_B} \times \left(\frac{r_B}{r_A}\right)^2$$

پاسخ تشریحی:

با توجه به درسنامه بالا، با یک جایگذاری ساده به جواب می‌رسیم:

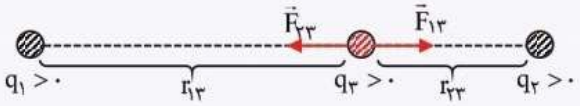


$$\frac{\sigma_A}{\sigma_B} = \frac{q_A}{q_B} \times \left(\frac{r_B}{r_A}\right)^2 = ۲ \times \left(\frac{۱}{۲}\right)^2 = \frac{۱}{۲}$$

۶۳ ۳

فرض کنید دو بار معلوم q_1 و q_2 در نزدیکی یکدیگر قرار دارند. می‌خواهیم ببینیم بار مجهول q_3 را کجا قرار دهیم تا نیروی خالص وارد بر آن صفر شود. برای این منظور دو حالت را بررسی می‌کنیم:

۱ـ بارهای q_1 و q_2 همنام باشند:



$(|q_2| < |q_1|)$

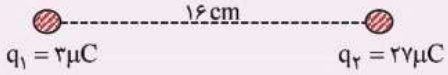
در این حالت بار q_3 باید در فاصلهٔ بین دو بار و نزدیک بار کوچک‌تر قرار گیرد تا برایند نیروهای وارد بر آن صفر شود. در شکل بالا برای سادگی فرض کرده‌ایم همهٔ بارها مثبت باشند.

$$q_3 \text{ در تعادل } : F_{13} = F_{23} \Rightarrow k\frac{|q_1||q_3|}{r_{13}^2} = k\frac{|q_2||q_3|}{r_{23}^2} \Rightarrow \frac{|q_1|}{r_{13}^2} = \frac{|q_2|}{r_{23}^2}$$

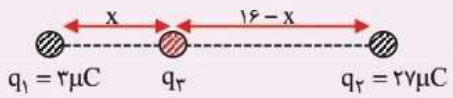
دقت کنید اندازه و علامت بار q_3 هیچ اهمیتی در جواب سؤال ندارد.

مثال:

در شکل مقابل، بار q_3 را در چه فاصله‌ای از q_1 قرار دهیم تا نیروی خالص وارد بر q_3 صفر شود؟



چون بارهای q_1 و q_2 هم‌علامت هستند، بار q_3 باید در فاصلهٔ بین دو بار و نزدیک بار کوچک‌تر قرار گیرد. به شکل زیر دقت کنید.



www.biomaze.ir

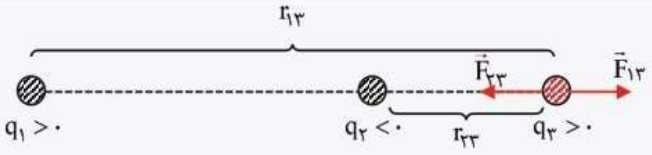
t.me/Azmoonha_Azmayeshi

$$\Rightarrow \frac{|q_1|}{x^2}=\frac{|q_2|}{(16-x)^2} \Rightarrow \frac{\cancel{4}^{1}}{x^2}=\frac{\cancel{36}^{9}}{(16-x)^2}$$

$$\xrightarrow{\text{جذر}} \frac{1}{x}=\frac{3}{16-x} \Rightarrow 3x=16-x \Rightarrow x=4\,cm$$

بنابراین بار q_3 باید در فاصلهٔ $4\,cm$ از بار q_1 قرار گیرد.

۲ـ بارهای q_1 و q_2 ناهمنام باشند:



$(|q_2|<|q_1|)$

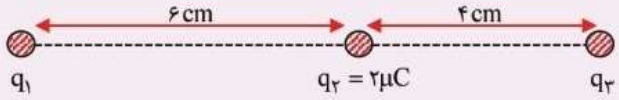
در این حالت بار q_3 باید خارج از فاصلهٔ بین دو بار و نزدیک به بار کوچک‌تر قرار گیرد تا برایند نیروهای وارد بر آن بتواند صفر شود. در ادامه کافی است که F_{13} و F_{23} هم‌اندازه باشند.

در تعادل $q_3 : F_{13}=F_{23} \Rightarrow k\frac{|q_1||q_3|}{r_{13}^2}=k\frac{|q_2||q_3|}{r_{23}^2} \Rightarrow \boxed{\frac{|q_1|}{r_{13}^2}=\frac{|q_2|}{r_{23}^2}}$

مانند حالت قبل، بار q_3 هیچ اهمیتی در جواب سؤال ندارد.

مثال:

در شکل مقابل بار q_3 در تعادل است. q_1 چند میکروکولن است؟

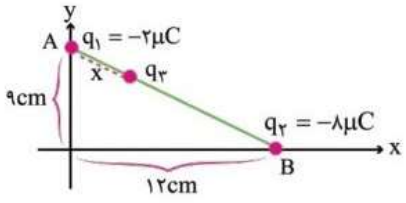


چون q_3 در تعادل است، نیرویی که q_1 به q_3 وارد می‌کند باید هم‌اندازهٔ نیرویی باشد که q_2 به q_3 وارد می‌کند. همچنین دقت کنید که چون q_3 در خارج از فاصلهٔ دو بار قرار دارد، علامت بار q_1 مخالف q_2 است، پس بار q_1 منفی خواهد بود. در ادامه می‌توان نوشت:

$$\Rightarrow \frac{|q_1|}{10^2}=\frac{2}{4^2} \Rightarrow |q_1|=12/5\,\mu C$$

$$\xrightarrow{q_1 \text{ منفی است}} q_1=-12/5\,\mu C$$

پاسخ تشریحی:



گام اول: فاصلهٔ بین دو نقطهٔ A و B را به‌دست می‌آوریم:

$$AB=\sqrt{9^2+12^2}=15\,cm$$

گام دوم: با ساده کردن رابطهٔ گفته شده در درسنامه و جایگذاری خواهیم داشت:

$$x=\frac{r}{\sqrt{\left|\frac{q_2}{q_1}\right|}+1}=\frac{15}{3}$$

$$=5\,cm$$

www.biomaze.ir

t.me/Azmoonha_Azmayeshi

۶۴ ۱

۱ـ توان الکتریکی هر وسیلهٔ الکتریکی برابر حاصل ضرب اختلاف پتانسیل در جریان آن وسیله است.

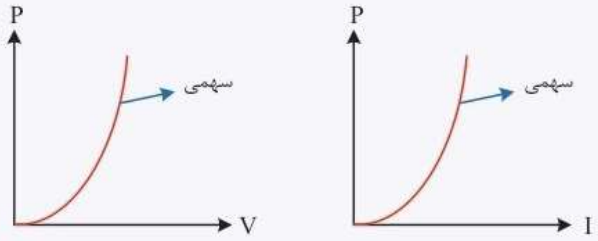
$$P = VI$$

۲ـ برای یک مقاومت اهمی باتوجه به رابطهٔ $V = RI$ ، توان مقاومت از روابط زیر قابل محاسبه است.

توان مصرفی مقاومت

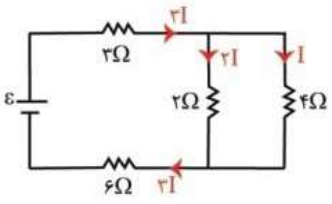
$$P = VI$$
$$P = RI^2$$
$$P = \frac{V^2}{R}$$

۳ـ نمودار توان مصرفی در یک مقاومت برحسب ولتاژ و جریان آن مطابق شکل‌های زیر است.



پاسخ تشریحی:

گام اول: باتوجه به مقدار هر مقاومت، جریان را همانند شکل مقابل بین آن‌ها تقسیم می‌کنیم:



گام دوم: با داشتن جریان هر مقاومت، نسب توان مصرفی را به‌دست می‌آوریم:

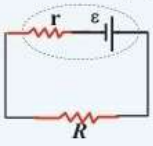
$$\frac{P_{\text{۶ اهمی}}}{P_{\text{۴ اهمی}}} = \frac{۶\times(۳I)^2}{۴I^2}$$
$$= \frac{۵۴}{۴} = ۱۳/۵$$

توجه: توجه کنید که بدلیل خواستن نسب توان‌های مصرفی، نیازی به دانستن دقیق جریان‌ها نبود.

۶۵ ۴

محاسبهٔ شدت جریان در مدار تک حلقه‌ای:

منظور از مدار تک حلقه‌ای، مداری است که فقط شاملِ یک مسیر بسته می‌باشد. فرض کنید که یک مدارِ تک حلقه‌ای شامل یک مولد باشد. فرض می‌کنیم شدتِ جریان در مدار برابر با I و جهتِ آن ساعتگرد باشد، اگر مقاومت مدار خارج از مولد R باشد، شدت جریان از رابطهٔ زیر محاسبه می‌شود.



$$V = \varepsilon - rI \Rightarrow RI = \varepsilon - rI \quad \Rightarrow \quad I = \frac{\varepsilon}{R+r}$$

توجه: مقاومت درونی مولدهای آرمانی صفر است.در این صورت اختلاف پتانسیل دو پایانهٔ مولد برابر با نیروی محرکه‌ی مولد است.

www.biomaze.ir

t.me/Azmoonha_Azmayeshi

مثال:

نیروی محرکه یک مولد برابر ۱۶ ولت است. اگر یک مقاومت ۶ اُهم با این مولد یک مدار کامل را تشکیل دهد در صورتی که مقاومت درونی مولد ۲ اُهم باشد، شدت جریانی که از مولد می گذرد چند آمپر است؟

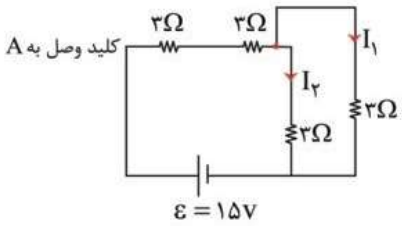
۱) ۲ ۲) ۲/۲ ۳) ۲/۴ ۴) ۲/۵

پاسخ: گزینه (۱) درست است.

$$I=\frac{\varepsilon}{R+r}=\frac{۱۶}{۶+۲}=۲A \Rightarrow I=۲A$$

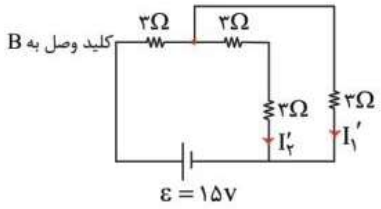
پاسخ تشریحی:

مدار را در دو حالت رسم و بررسی می‌کنیم:



$$I=\frac{۱۵}{۶+۱/۵}=۲A$$
$$\Rightarrow I_۱=I_۲=۱A$$

دو مقاومت ۳ اهمی با هم برابر هستند و نتیجه جریانی برابر از آن‌ها می‌گذرد.



$$I'=\frac{۱۵}{۵}=۳A$$
$$\Rightarrow \begin{cases} I'_۱=۲A \\ I'_۲=۱A \end{cases}$$

مقاومت ۳ اهمی و ۶ اهمی (۳+۳=۶) در مدار وجود دارد، پس نسبت جریان‌ها برعکس مقاومت‌ها و ۲ آمپر و ۱ آمپر خواهد بود.

۶۶ | ۳

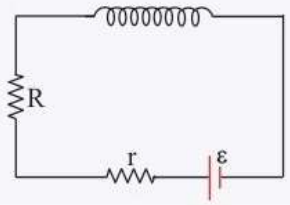
ـ القاگر آرمانی، یک سیملوله با مقاومت الکتریکی ناچیز است که با عبور جریان الکتریکی از آن، درون آن انرژی ذخیره می‌شود. القاگر آرمانی فقط می‌تواند انرژی را در خود ذخیره کند یا آن را آزاد کند ولی انرژی را مصرف نمی‌کند.

ـ انرژی ذخیره‌شده در القاگر برابر است با:

$$U=\frac{۱}{۲}LI^۲$$

در رابطهٔ فوق، I جریان القاگر و L ضریب القاوری آن است. ضریب القاوری به ساختمان هندسی القاگر مانند طول، مساحت حلقه‌ها و تعداد حلقه‌ها وابسته است.

ـ اگر القاگر آرمانی را در یک مدار الکتریکی قرار دادند، برای محاسبهٔ انرژی ذخیره‌شده در آن ابتدا جریان مدار را به‌دست می‌آوریم.



$$I=\frac{\varepsilon}{r+R}$$
$$U=\frac{۱}{۲}LI^۲=\frac{۱}{۲}L\times\left(\frac{\varepsilon}{r+R}\right)^۲$$

www.biomaze.ir

t.me/Azmoonha_Azmayeshi

ـ میدان مغناطیسی درون سیملوله از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$B = \mu_0 \frac{NI}{\ell}$$

میدان مغناطیسی برحسب تسلا: B

تراوایی مغناطیسی خلأ برحسب $\frac{\text{متر} \times \text{تسلا}}{\text{آمپر}}$: μ_0

تعداد دورهای سیملوله: N جریان سیملوله برحسب آمپر: I طول سیملوله برحسب متر: ℓ

مثال:

سیملوله‌ای به طول ۲۰cm از ۱۰۰ دور سیم تشکیل شده است و ضریب القاوری آن ۱۶mH است. اگر انرژی ذخیره‌شده در سیملوله برابر ۰/۸J باشد، میدان مغناطیسی درون سیملوله چند تسلا است؟ $\left(\mu_0 = 12\times10^{-7}\frac{T\cdot m}{A}\right)$

پاسخ: این مثال را در گام‌های زیر حل می‌کنیم.

گام اول: محاسبهٔ جریان سیملوله:

$$U = \frac{1}{2}LI^2 \Rightarrow 0/8 = \frac{1}{2}\times16\times10^{-3}I^2 \Rightarrow I = 10A$$

گام دوم: محاسبهٔ میدان مغناطیسی سیملوله:

$$B = \mu_0\frac{NI}{\ell} = 12\times10^{-7}\times\frac{100\times10}{20\times10^{-2}} = 6\times10^{-3}T$$

پاسخ تشریحی:

ابتدا رابطه‌ها و اطلاعات مسئله را می‌نویسیم:

$$\begin{cases} L = \mu_0\frac{N^2}{\ell}A \\ B = \mu_0\frac{N}{\ell}I \end{cases}$$

$$\ell_A = 2\ell_B$$

$$N_A = 2N_B \qquad I_A = I_B$$

$$A_A = A_B$$

با توجه به رابطه‌های نوشته شده و جایگذاری اطلاعات به نتایج زیر می‌رسیم:

$B_A = B_B$ میدان‌های مغناطیسی برابرند.

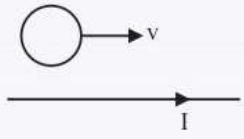
$L_A = 2L_B$

---

۶۷ ۲

مطابق قانون لنز، جهت جریان القایی به گونه‌ای است که با عامل به وجود آورندهٔ تغییر شار مغناطیسی مخالفت کند. در ادامه با کمک قانون لنز به بررسی کامل چند مثال القای الکترومغناطیسی می‌پردازیم.

حلقه در کنار سیم راست حامل جریان



حالت اول: حلقه موازی سیم راست حرکت کند:

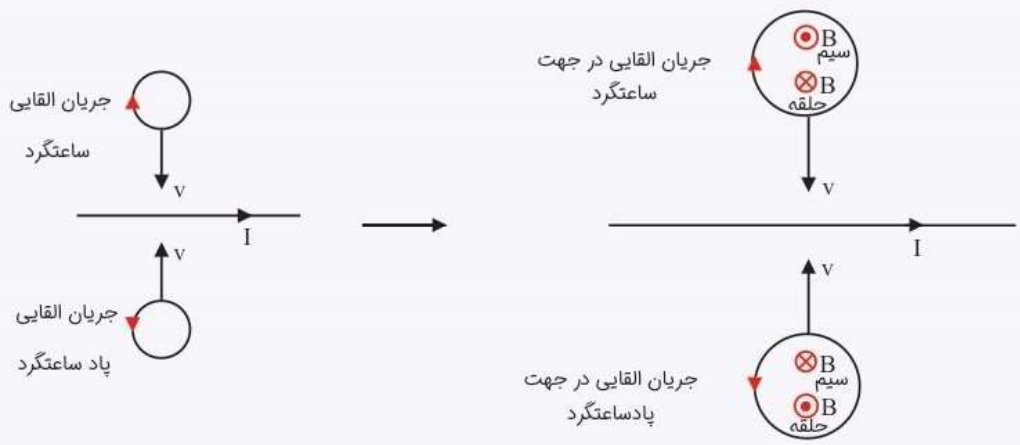
در این حالت فاصلهٔ حلقه تا سیم راست ثابت می‌ماند و در نتیجه شار مغناطیسی که از حلقه می‌گذرد تغییر نخواهد کرد. بنابراین مطابق قانون القای فارادی، اصلاً القا صورت نمی‌گیرد و جریان القایی در حلقه ایجاد نمی‌شود.

حالت دوم: حلقه به سیم نزدیک شود:

در این حالت با نزدیک شدن حلقه به سیم، شار مغناطیسی که از حلقه عبور می‌کند افزایش می‌یابد، بنابراین حلقه باید طبق قانون لنز تلاش کند تا شار عبوری از خود را کاهش دهد و در نتیجه حلقه میدانی در خلاف جهت میدان سیم راست ایجاد می‌کند. مطابق شکل زیر برای آن‌که جهت میدان حلقه‌ها مخالف میدان سیم باشد، باید جریان القایی در حلقهٔ بالایی ساعتگرد و در حلقهٔ پایین پادساعتگرد باشد (مطابق قاعدهٔ دست راست)

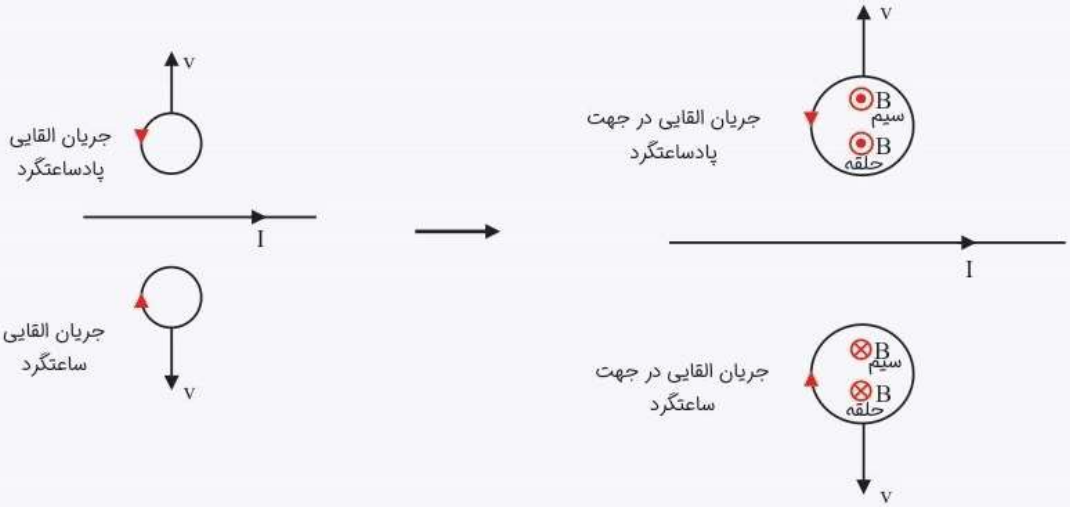
www.biomaze.ir

t.me/Azmoonha_Azmayeshi



حالت سوم: حلقه از سیم دور شود:

در این حالت هم می‌توانیم مثل قسمت قبل استدلال کنیم. با دور شدن حلقه‌ها از سیم، شار آن‌ها کاهش می‌یابد و مطابق قانون لنز، حلقه‌ها میدان هم‌جهت با میدان سیم راست ایجاد می‌کنند تا با کاهش شار مخالفت کنند. باتوجه به شکل زیر می‌توانیم جهت جریان القایی در حلقه‌ها را با کمک قاعدهٔ دست راست به‌دست آوریم.

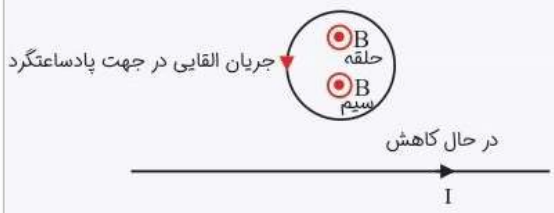


حالت چهارم: جریان سیم راست افزایش یابد:

با افزایش جریان سیم راست، میدان حاصل از آن افزایش می‌یابد و در نتیجه شار عبوری از حلقه زیاد می‌شود. بنابراین مطابق قانون لنز، حلقه میدانی در جهت عکس میدان سیم ایجاد می‌کند و در نتیجه طبق قاعدهٔ دست راست، جریان در جهت ساعتگرد در حلقهٔ شکل مقابل القا می‌شود.

حالت پنجم: جریان سیم راست در حال کاهش:

با استدلالی مشابه حالت قبل، در این حالت جهت میدان حلقه هم‌جهت با میدان سیم خواهد بود و در نتیجه طبق قاعدهٔ دست راست، جریان القایی در حلقه در جهت پادساعتگرد خواهد بود.



ـ اگر بخواهیم نتایج فوق را جمع‌بندی کنیم می‌توانیم به نتیجهٔ مهم زیر برسیم:

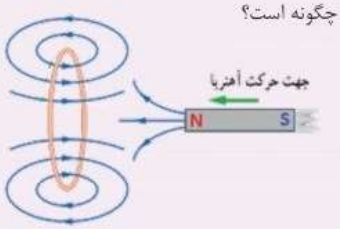
اگر شار عبوری از حلقه در حال افزایش بود، جهت جریان القایی در حلقه به گونه‌ای خواهد بود که در قسمتی از حلقه که نزدیک سیم است، جهت آن با جهت جریان سیم مخالف باشد.

www.biomaze.ir

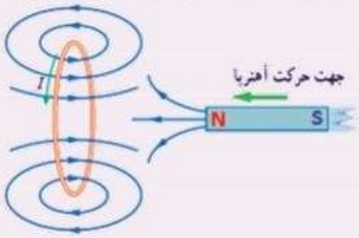
t.me/Azmoonha_Azmayeshi

مثال:

در شکل مقابل یک آهنربا در مقابل یک حلقهٔ رسانا، به سمت حلقه حرکت می‌کند. جهت جریان القایی در حلقه چگونه است؟



پاسخ: خطوط میدان مغناطیسی مربوط به آهنربا بوده که از سطح حلقه می‌گذرند، به سمت چپ بوده و با نزدیک شدن آهنربا به حلقه، در حال افزایش است. بنابراین جریان القایی در جهتی به وجود می‌آید که خطوط میدان مغناطیسی حاصل از آن در سطح حلقه، در خلاف جهت خطوط میدان مربوط به آهنربا باشد. با توجه به خطوط مربوط به جریان حلقه (به سمت راست) و با به کار بردن قانون دست راست می‌توان جهت جریان القایی را تعیین نمود که در شکل زیر نشان داده شده است.



پاسخ تشریحی:

طبق قانون لنز و نکات موجود در درسنامه بالا خواهیم داشت:

جهت حرکت →

همچنین قطب A، قطب N مغناطیسی است، چون خطوط میدان از آن خارج شده است.

۶۸ | ۱

طبق قانون القای الکترومغناطیسی فارادی، تغییر شار مغناطیسی گذرنده از یک پیچه یا حلقه، سبب القای جریان الکتریکی در پیچه یا حلقه می‌شود، که هرچه آهنگ تغییرات شار مغناطیسی بیشتر باشد، یعنی شار مغناطیسی با سرعت بیش‌تری تغییر کند، شدت جریان القایی نیز بیش‌تر خواهد بود.

از آن‌جا که $\phi = AB\cos\theta$ می‌باشد، پس برای تغییر شار مغناطیسی، باید به تغییر مساحت حلقه یا تغییر میدان مغناطیسی گذرنده از حلقه و یا تغییر زاویهٔ میان میدان مغناطیسی و نیم خط عمود در صفحه فکر کنیم.

در این‌صورت، نیروی محرکه‌ی القایی متوسط و جریان القایی متوسط به این صورت محاسبه می‌شوند:

$$\bar{\varepsilon} = -N\left(\frac{\Delta\phi}{\Delta t}\right) \rightarrow \bar{I} = \frac{\bar{\varepsilon}}{R} = -\frac{N}{R}\left(\frac{\Delta\phi}{\Delta t}\right)$$

پاسخ تشریحی:

فقط کافیست داده‌ها و اطلاعات مسئله را در رابطهٔ گفته شده در درسنامه جای‌گذاری کنیم:

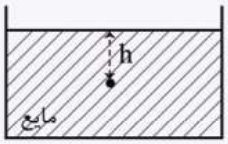
$$I = \frac{N\frac{|\Delta\phi|}{\Delta t}}{R} = \frac{۲۰۰\times\frac{۰/۰۱۵}{۰/۱}}{۱۵} = ۲A$$

www.biomaze.ir

t.me/Azmoonha_Azmayeshi

۶۹ **۴**

فشار ناشی از مایع در عمق h از سطح آزاد آن، از رابطه $P = \rho gh$ به‌دست می‌آید که در آن ρ، چگالی شاره و h، عمق نقطهٔ موردنظر از سطح آزاد مایع است.



اگر ρ بر حسب $\frac{kg}{m^3}$، h بر حسب متر و g بر حسب $\frac{m}{s^2}$ باشد آن‌گاه واحد فشار، پاسکال (Pa) خواهد بود.

فشار ناشی از شاره در عمق h از آن به شکل ظرف و مساحت قاعدهٔ ظرف بستگی ندارد.

پاسخ تشریحی:

گام اول: ابتدا اطلاعات لازم را از نمودار مسئله یعنی شیب نمودار به‌دست می‌آوریم:

$$\text{شیب خط} = \rho g = \frac{۰/۶۸\times ۱۰^۵}{۰/۵} = ۱/۳۶\times ۱۰^۵ = ۱۳۶۰۰۰$$

گام دوم: با جایگذاری در رابطه فشار ناشی از مایعات، به خواستهٔ سوال می‌رسیم:

$$\text{پیمانه‌ای } P = \rho gh = ۱۳۶۰۰۰\times \frac{۱}{۱۰} = ۱۳۶۰۰\text{Pa} = ۱/۳۶\times ۱۰^۴\text{ Pa}$$

۷۰ **۱**

فشار

در جامدات

- بزرگی نیروی عمودی وارد بر یکای سطح را فشار وارد بر سطح گویند که یک کمیت نرده‌ای است.
- در جامدهای همگن و توپر (مانند استوانهٔ قائم، مکعب و مکعب مستطیل) می‌توان از رابطهٔ $P = \rho gh$ نیز استفاده کرد.

$$P = \frac{F}{A}$$

P: فشار (Pa) (پاسکال)

F: نیروی عمودی وارد بر سطح (N)

A: مساحت سطح (m^2)

در مایعات

- فشار مایع به عمق و چگالی مایع بستگی دارد.
- در مایع ساکن، فشار در نقاط هم‌عمق برابر است.
- در هر نقطهٔ درون مایع ساکن فشار در تمام راستاها یکسان وارد می‌شود.

$$P = \rho gh + P_۰$$

P: فشار (Pa) (پاسکال)

ρ: چگالی مایع ($\frac{kg}{m^3}$)

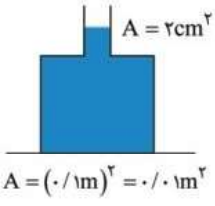
g: شتاب گرانش زمین ($\frac{N}{kg}$)

h: ارتفاع مایع (m)

$P_۰$: فشار اتمسفر (Pa)

پاسخ تشریحی:

نیرویی که ظرف به سطح افقی وارد می‌کند به اندازه $W_۱$ افزایش می‌یابد و افزایش نیروی وارد بر کف ظرف برابر است با:



$$W_۱ \times \frac{۰/۰۱}{۲\times ۱۰^{-۴}} = W_۱ \times \frac{۱۰۰}{۲} = ۵۰\, W_۱$$

www.biomaze.ir

t.me/Azmoonha_Azmayeshi

۷۱ ۲

انرژی جنبشی

هر جسمی که در حال حرکت است، دارای انرژی جنبشی است و اگر جسمی ساکن باشد انرژی جنبشی آن صفر است.

نکته ۱: انرژی جنبشی یک جسم متحرک از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \leftarrow \text{انرژی جنبشی } (J)$$
$$v^2 \rightarrow \text{سرعت جسم } (\frac{m}{s})$$
$$m \rightarrow \text{جرم جسم } (kg)$$

نکته ۲: انرژی جنبشی کمیتی نرده‌ای و همواره نامنفی است.

نکته ۳: انرژی جنبشی یک جسم به جرم و تندی آن وابسته بوده و به جهت حرکت آن بستگی ندارد.

پاسخ تشریحی:

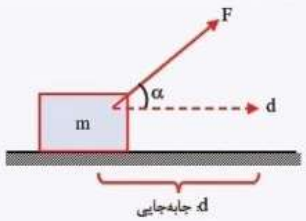
با توجه به اینکه تغییر تندی داشته‌ایم با نوشتن اختلاف آن‌ها در رابطه انرژی جنبشی، میزان افزایش انرژی جنبشی یعنی ۴ ژول به‌دست می‌آید، بنابراین رابطه را دو بار نوشته و از هم کم می‌کنیم:

$$\Delta K = \frac{1}{2}m\left(v_2^2 - v_1^2\right) = \frac{1}{2}m\left(6^2 - 3^2\right) = 4 \Rightarrow 16m = 4$$

$$\Rightarrow m = \frac{1}{4}kg = 250g$$

۷۲ ۳

۱ـ هنگامی که مطابق شکل مقابل، نیروی F به یک جسم وارد شود و آن را به اندازه d جابه‌جا کند، کار نیروی F برابر است با:



$$W = F \cdot d\cos\alpha$$

در رابطهٔ فوق، F اندازهٔ نیروی وارد بر جسم، d اندازه جابه‌جایی آن و α زاویهٔ بین نیرو و جابه‌جایی است.

۲ـ مطابق رابطهٔ $W = F \cdot d\cos\alpha$ ، هر ژول معادل (متر × نیوتون) است.

۳ـ باتوجه به زاویهٔ α ، کار انجام‌شده می‌تواند مثبت، منفی یا صفر باشد.

$$0 \le \alpha < 90^\circ \Rightarrow \cos\alpha > 0 \Rightarrow W > 0$$

$$\alpha = 90^\circ \Rightarrow \cos\alpha = 0 \Rightarrow W = 0$$

$$90^\circ < \alpha \le 180^\circ \Rightarrow \cos\alpha < 0 \Rightarrow W < 0$$

کار نیروی اصطکاک جنبشی: باتوجه به این‌که نیروی اصطکاک در خلاف جهت حرکت جسم است، $\cos\alpha = -1$ خواهد بود و در نتیجه کار آن منفی می‌باشد.

$$W_{f_k} = f_k\, d\underbrace{\cos 180^\circ}_{-1} \Rightarrow \boxed{W_{f_k} = -f_k\, d}$$

نیروی مقاومت هوا: نیروی مقاومت هوا هم مانند اصطکاک در خلاف جهت حرکت جسم است، بنابراین کار آن منفی خواهد بود. اگر این نیرو را با f_D نشان دهیم، داریم:

$$\boxed{W_{f_D} = -f_D\, d}$$

۴ـ مطابق قضیهٔ کار و انرژی جنبشی، کار کل انجام‌شده روی یک جسم برابر تغییرات انرژی جنبشی آن است.

$$\boxed{W_{\text{کل}} = \Delta K = \frac{1}{2}m\left(v_2^2 - v_1^2\right)}$$

۵ـ مطابق رابطهٔ فوق، اگر کار کل انجام‌شده روی یک جسم صفر باشد، یا تندی اولیه و تندی ثانویهٔ جسم برابر است یا تندی حرکت و انرژی جنبشی آن ثابت است. اگر کار کل مثبت باشد، تندی و انرژی جنبشی افزایش می‌یابند و اگر کار کل منفی باشد، تندی و انرژی جنبشی کاهش می‌یابند.

۶ـ دقت کنید کار کل انجام‌شده روی جسم به‌طور مستقیم اطلاعاتی در مورد انرژی پتانسیل و انرژی مکانیکی جسم به ما نمی‌دهد.

www.biomaze.ir

t.me/Azmoonha_Azmayeshi

مثال:

تندی حرکت اتومبیلی به جرم ۱۰۰۰kg از $۲۰\frac{\text{m}}{\text{s}}$ به $۳۰\frac{\text{m}}{\text{s}}$ می‌رسد. کار کل انجام‌شده روی اتومبیل چند ژول است؟

$$W_{\text{کل}} = \frac{۱}{۲}m\left(v_۲^۲ - v_۱^۲\right) = \frac{۱}{۲}\times ۱۰۰۰ \times \left(۳۰^۲ - ۲۰^۲\right) = ۲۵۰۰۰۰\text{J}$$

مثال:

یک چترباز به جرم ۸۰kg از ارتفاع ۱۰۰۰ متری از سطح زمین بدون تندی اولیه شروع به سقوط می‌کند. اگر چترباز با تندی $۴\frac{\text{m}}{\text{s}}$ به سطح زمین برسد، کار نیروی مقاومت هوا روی چترباز چند ژول بوده است؟ $\left(g = ۱۰\frac{\text{N}}{\text{kg}}\right)$

باتوجه به این‌که فقط نیروهای وزن و مقاومت هوا روی جسم کار انجام می‌دهند، کار کل انجام‌شده روی آن برابر مجموع کار نیروی وزن و کار نیروی مقاومت هوا است.

در ادامه با استفاده از قضیهٔ کار و انرژی جنبشی می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} W_{\text{کل}} = W_{mg} + W_{f_D} \\ W_{\text{کل}} = \frac{۱}{۲}m\left(v_۲^۲ - v_۱^۲\right) \end{cases} \Rightarrow W_{mg} + W_{f_D} = \frac{۱}{۲}m\left(v_۲^۲ - v_۱^۲\right)$$

$$\Rightarrow +mgh + W_{f_D} = \frac{۱}{۲}m\left(v_۲^۲ - v_۱^۲\right)$$

$$\Rightarrow ۸۰\times ۱۰\times ۱۰۰۰ + W_{f_D} = \frac{۱}{۲}\times ۸۰\times \left(۴^۲ - ۰\right)$$

$$\Rightarrow ۸۰۰۰۰۰ + W_{f_D} = ۶۴۰$$

$$\Rightarrow W_{f_D} = -۷۹۹۳۶۰\text{J}$$

پاسخ تشریحی:

تمام نکات لازم را در درسنامه گفتیم، حال با نوشتن قضیهٔ کار و انرژی جنبشی و کاربرآیند خواهیم داشت:

$$F\cdot d\cdot\cos ۶۰^\circ - f_k d = \frac{۱}{۲}m\left((۲/۵)^۲ - (۰)^۲\right)$$

$$\Rightarrow ۴۰\times ۵\times \frac{۱}{۲} - ۵f_k = ۴\times ۶/۲۵ = ۲۵$$

$$\Rightarrow ۵f_k = ۷۵ \Rightarrow f_k = ۱۵\,\text{N}$$

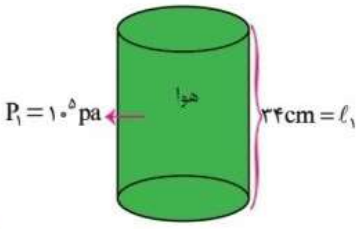
۷۳ **۴**

رابطهٔ بین پارامترهای ترمودینامیکی یک گاز (P, V, T) در یک حالت توسط معادلهٔ حالت مشخص می‌شود:

$$PV = nRT$$

پاسخ تشریحی:

ابتدا توجه کنید که فرآیند همدماست و با توجه به شکل می‌توان رابطه را به‌صورت زیر بازنویسی کرد:



$$T_۲ = T_۱$$

$$\frac{P_۱V_۱}{\cancel{T_۱}} = \frac{P_۲V_۲}{\cancel{T_۲}}$$

www.biomaze.ir

t.me/Azmoonha_Azmayeshi

$\ell_۲ = ۴۰\,cm$

$P_۲ = ?\,cmHg$

$\Rightarrow P_۱\ell_۱ = P_۲\ell_۲$

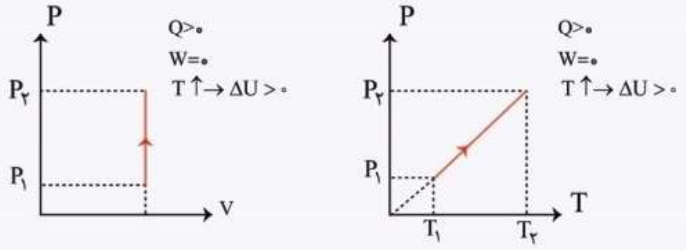
$\Rightarrow ۱۰^{۵} \times ۳۴cm = P_۲ \times ۴۰cm$

$\Rightarrow P_۲ = \frac{۳۴}{۴} \times ۱۰^{۴}\,Pa$

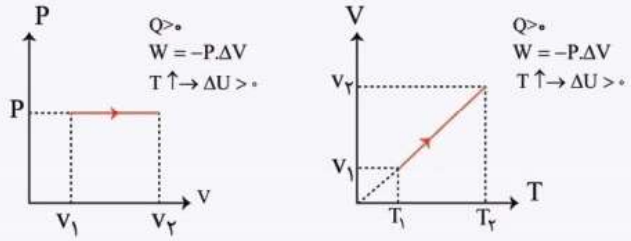
$\Rightarrow P_۲ = \frac{\frac{۳۴}{۴} \times ۱۰^{۴}}{۱۳۶۰}\,cmHg = \frac{۱۰^{۴}}{۱۶۰} = \frac{۱۰۰۰}{۱۶} = \frac{۱۲۵}{۲} = ۶۲/۵\,cmHg$

۷۴ | ۱

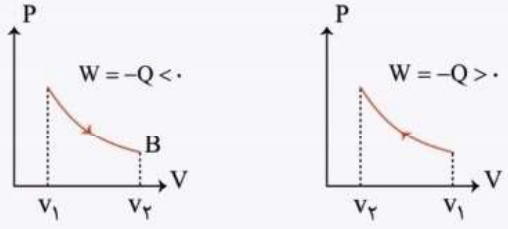
فرایند هم حجم (حجم ثابت): در این فرایند حجم دستگاه ثابت است.بنابراین در این فرایند کار صفر است.
برای مقدار معینی از گاز کامل ، در فرایندِ هم حجم ، اگر گاز گرما بگیرد، فشار و دمایِ آن هر دو افزایش می یابند و اگر گرما از دست بدهد ،فشار و دمایِ آن هر دو کاهش می یابند.



فرایند هم فشار (فشار ثابت): در این فرایند فشار دستگاه ثابت است.
برای مقدار معینی از گاز کامل ، در فرایندِ هم فشار ، اگر گاز گرما بگیرد، حجم و دمایِ آن هر دو افزایش می یابند و اگر گرما از دست بدهد ،حجم و دمایِ آن هر دو کاهش می یابند.



فرایند هم دما (دما ثابت): در این فرایند دمایِ دستگاه ثابت است. برای مقدار معینی از گاز کامل ، در فرایندِ هم دما ، فشار و حجم با هم رابطهٔ معکوس (وارون) دارند.
اگر گاز گرما بگیرد، حجم آن افزایش یافته و فشارِ آن کاهش می یابد و اگر گاز گرما از دست بدهد، حجم آن کاهش یافته و فشارِ آن افزایش می یابد.به کمک قانون اول ترمودینامیک می توان نشان داد که در فرایند هم‌دما $Q = -W$ و یا $W = -Q$

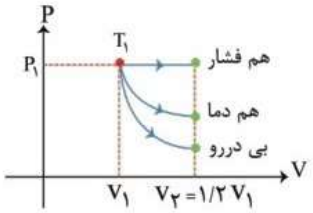


www.biomaze.ir

t.me/Azmoonha_Azmayeshi

پاسخ تشریحی:

با توجه به نکات گفته شده در درسنامه و نمودار زیر که هر فرآیند را مشخص کرده‌ایم درستی یا نادرستی هر گزینه را بررسی می‌کنیم:



الف) درست

ب) نادرست

پ) درست

ت) نادرست

---

۷۵ ۴

پاسخ تشریحی:

برای فرآیند AB به چند برابری حجم (چون فشار ثابت است) و برای فرآیند BC به چند برابری فشار (چون حجم ثابت است) دقت کنید:

$$U \propto PV$$

$$U_B = 3U_A$$

$$U_B = \frac{5}{3}U_C$$

---

www.biomaze.ir

t.me/Azmoonha_Azmayeshi

۷۶ | ۱

پاسخ تشریحی:

در جدول تناوبی امروزی، عناصر بر اساس افزایش عدد اتمی چیده شده‌اند. هر ردیف افقی جدول که نشان‌دهندهٔ افزایش عدد اتمی است، دوره (تناوب) نامیده می‌شود. در حالی که هر ستون نشان‌دهندهٔ عناصر با خواص شیمیایی مشابه بوده و گروه نامیده می‌شود. علاوه بر این، عناصر جدول تناوبی بر اساس رفتار آن‌ها به ۳ دستهٔ فلز، شبه فلز و نافلز دسته‌بندی می‌شوند. فلزها به طور عمده در سمت چپ و مرکز جدول تناوبی جای گرفته اند و اتم آن ها در واکنش های شیمیایی دچار اکسایش شده و الکترون از دست می‌دهد. اما نافلزها در سمت راست و بالای جدول تناوبی قرار گرفته و اتم آن ها در واکنش های شیمیایی با به اشتراک گذاشتن یا گرفتن الکترون به آرایش گازهای نجیب می رسند. شبه فلزها همانند پلی میان فلزها و نافلزها قرار دارند؛ به طوری‌که خواص فیزیکی آن‌ها بیشتر شبیه فلزها بوده و رفتار شیمیایی آن‌ها همانند نافلزهاست.

برای به دست آوردن شمارهٔ گروه عناصر در جدول تناوبی با استفاده از عدد اتمی آن‌ها می‌توان از فرمول زیر بهره برد:

شماره گروه = ۱۸ − (عدد اتمی گاز نجیب هم دوره عنصر − عدد اتمی عنصر موردنظر)

حال با توجه به عدد اتمی عناصر شماره گروه آن‌ها را پیدا می‌کنیم:

$_{16}X$: ۱۸-(۱۸-۱۶) = ۱۶

$_{19}Y$: ۱۸-(۳۶-۱۹) = ۱

$_{31}Z$: ۱۸-(۳۶-۳۱) = ۱۳

$_{37}W$: ۱۸-(۵۴-۳۷) = ۱

عنصر $_{16}X$ معادل گوگرد بوده که دومین عنصر گروه ۱۶ و نوعی نافلز است.

عناصر $_{19}Y$ و $_{37}W$ به ترتیب معادل پتاسیم و روبیدیم بوده که جزو فلزهای قلیایی محسوب می‌شوند.

یادآوری: فلزهای قلیایی در بین عناصر هم‌دوره خود بیشترین خصلت فلزی و تمایل به از دست دادن الکترون را دارند.

عنصر $_{31}Z$ معادل گالیم بوده که سومین عنصر گروه ۱۳ است و نوعی فلز محسوب می‌شود که همانند اغلب فلزها با از دست دادن الکترون نمی‌تواند به آرایش گاز نجیب قبل از خود برسد.

---

۷۷ | ۳

پاسخ تشریحی:

عبارت‌های دوم، سوم و چهارم درست هستند.

به افزایش مقدار نوعی ایزوتوپ در مخلوط ایزوتوپ های آن غنی سازی ایزوتوپی گفته می شود. اورانیم شناخته شده ترین فلز پرتوزایی است که یکی از ایزوتوپ های آن اغلب به عنوان سوخت در راکتور اتمی به کار می رود.

بررسی موارد:

ـ از ایزوتوپ ^{235}U به منظور سوخت استفاده می شود که فراوانی این ایزوتوپ در یک نمونه طبیعی از اورانیم از ۰/۷درصد کمتر است.

ـ همانطور که اشاره شد اورانیم شناخته شده ترین فلز پرتوزای جدول تناوبی است نه عنصر!! البته بنا به کلید سازمان سنجش ناچار به درست گرفتن این عبارت هستیم!!!!

ـ از این ایزوتوپ برای تولید سوخت هسته‌ای در واکنشگاه هسته‌ای و تامین انرژی الکتریکی می‌توان بهره برد.

ـ غنی سازی ایزوتوپی یکی از مهم ترین مراحل تولید سوخت هسته‌ای است.

---

www.biomaze.ir

t.me/Azmoonha_Azmayeshi

۷۸ ۲

عبارت‌های دوم، سوم و چهارم درست هستند.

بررسی موارد:

ـ عدد اتمی عنصر $^{۶}_{۲۸}M$ بین ۱۸(عدد اتمی گاز نجیب دوره سوم) و ۳۶(گاز نجیب دوره چهارم) قرار داشته پس این عنصر در دوره چهارم جدول جای گرفته است. برای تعیین گروه از فرمول زیر استفاده می‌کنیم:

(عدد اتمی عنصر موردنظر - عدد اتمی گاز نجیب هم دوره عنصر)-۱۸= شماره گروه

$^{۶}_{۲۸}M$:۱۸-(۳۶-۲۸) =۱۰

پس این عنصر در دوره چهارم و گروه دهم جدول تناوبی جای داشته و معادل نیکل است.

ـ آرایش الکترونی این اتم ها به صورت زیر است:

$_{۲۷}A : ۱s^۲۲s^۲۲p^۶۳s^۲۳p^۶۳d^۷۴s^۲$

$_{۲۸}M : ۱s^۲۲s^۲۲p^۶۳s^۲۳p^۶۳d^۸۴s^۲$

$_{۳۴}X : ۱s^۲۲s^۲۲p^۶۳s^۲۳p^۶۳d^{۱۰}۴s^۲۴p^۴$

زیرلایه با $l = ۰$ و $n = ۴$ معادل $۴s$ بوده که این زیرلایه در همه اتم‌های فوق دارای ۲ الکترون است.

ـ یون $X^{۲-}$ معادل یون سلنیم بوده که با گرفتن دو الکترون به آرایش گاز نجیب بعد از خود($_{۳۶}Kr$) رسیده و همه زیرلایه‌های آن پر است.

ـ زیرلایه با $l = ۲$ معادل زیر لایه d بوده که در عناصر A و M به ترتیب ۷ و ۸ الکترون در خود جای داده است.

ـ ایزوتوپ‌های یک عنصر دارای عدد اتمی(Z) یکسان اما عدد جرمی(A) متفاوت هستند. به دیگر سخن ایزوتوپ‌ها، اتم‌های یک عنصر هستند که در شمار نوترون‌ها تفاوت دارند. از آنجا که خواص شیمیایی اتم‌های هر عنصر به عدد اتمی آن وابسته است، ایزوتوپ‌های یک عنصر همگی خواص شیمیایی یکسانی دارند و در جدول دوره‌ای عنصرها تنها یک مکان را اشغال می‌کنند. این درحالی است که همین ایزوتوپ‌ها در خواص فیزیکی وابسته به جرم، مانند چگالی با یکدیگر تفاوت دارند.

با توجه به توضیحات بالا این دو عنصر ایزوتوپ یکدیگر نیستند؛ زیرا تعداد پروتون متفاوتی دارند.

---

۷۹ ۳

پاسخ تشریحی:

فریتس هابر نخستین دانشمندی بود که توانست گاز آمونیاک را به صورت صنعتی تولید کند و در این راه با دو چالش اساسی روبرو بود :

۱ـ واکنش در دما و فشار اتاق انجام نمی‌شد.

هابر سرانجام دریافت که اگر مخلوط این گازها از روی ۱ ورقهٔ آهنی (کاتالیزگر) در دما و فشار مناسب عبور داده شود با انجام واکنش مقدار قابل توجهی آمونیاک تولید می‌شود.(در شرایط بهینه حدود ۲۸درصد حجم گازها را آمونیاک تشکیل می‌دهد.)

۲ـ چگونه می‌توان آمونیاک را از مخلوط واکنش جدا کرد؟

گازهای نیتروژن و هیدروژن براساس واکنش تعادلی زیر به آمونیاک تبدیل می‌شوند.

$$۳\,H_۲ + N_۲ \leftrightharpoons ۲\,NH_۳ + Q$$

ابتدا تعداد مول های هر ذره را در حالت تعادل حساب می‌کنیم:

$H_۲$: ذره ۲۷ ↷ $۵/۴\ mol$

$N_۲$: ذره ۹ ↷ $۱/۸\ mol$

$NH_۳$: ذره ۶ ↷ $۱/۲\ mol$

حال با فرض انجام کامل واکنش حساب می‌کنیم چند مول دیگر آمونیاک می‌تواند تولید شود.

$$?\,mol\,NH_۳ = ۱/۸\,mol\,N_۲ \times \frac{۲\,mol\,NH_۳}{۱\,mol\,N_۲} = ۳/۶\,mol$$

پس مول نهایی آمونیاک برابر با $۴/۸(۱/۲ + ۳/۶)$خواهد بود.

www.biomaze.ir

t.me/Azmoonha_Azmayeshi

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ با توجه به آمونیاک تولیدشده مول نیتروژن مصرفی را محاسبه می‌کنیم:

$$?\,mol\,N_2 = ۱/۲\,mol\,NH_3 \times \frac{۱\,mol\,N_2}{۲\,mol\,NH_3} = ۰/۶\,mol$$

پس مول ابتدایی نیتروژن ۲/۴(۱/۸ + ۰/۶) بوده است.

۲ با توجه به آمونیاک تولید شده مول هیدروژن مصرفی را محاسبه می‌کنیم:

$$?\,mol\,H_2 = ۱/۲\,mol\,NH_3 \times \frac{۳\,mol\,H_2}{۲\,mol\,NH_3} = ۱/۸\,mol$$

پس مول ابتدایی نیتروژن ۷/۲(۱/۸ + ۵/۴) بوده است.

٤ این تعادل گرماده بوده و با افزایش دما در جهت مصرف گرما (واکنش برگشت) حرکت کرده و در نتیجه مول فراورده کاهش پیدا می‌کند.

دما با ثابت تعادل واکنش های گرماگیر رابطه مستقیم و با ثابت تعادل واکنش های گرماده رابطه عکس دارد.

۲ ۸۰

پاسخ تشریحی:

عبارت‌های اول، دوم و چهارم درست هستند

آب تنها ماده‌ای است که به هر سه حالت جامد، مایع و گاز (بخار) در طبیعت یافت می‌شود. آب ویژگی‌های گوناگون و شگفت انگیزی دارد. از جمله آنها توانایی حل کردن اغلب مواد، افزایش حجم هنگام انجماد و داشتن نقطه جوش بالا و غیر عادی است.

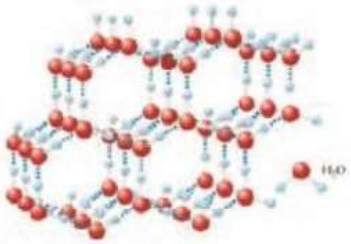
بررسی موارد:

ـ مولکول‌های آب در حالت بخار جدا از هم هستند، گویی پیوندهای هیدروژنی میان آن‌ها وجود ندارد. در این حالت مولکول‌های آب آزادانه و نامنظم از جایی به جای دیگر انتقال می‌یابند. در حالت مایع با اینکه مولکول‌ها با یکدیگر پیوندهای هیدروژنی قوی دارند، اما روی هم می‌لغزند و جابه‌جا می‌شوند. برخلاف آن ساختار یخ منظم است و در آن مولکول‌های آب در جاهای به نسبت ثابتی قرار دارند. در واقع در ساختار یخ هر اتم اکسیژن به ۲ اتم هیدروژن با پیوند اشتراکی و به ۲ اتم هیدروژن دیگر با پیوند هیدروژنی متصل است.

ـ همانطور که اشاره شد یکی از ویژگی های آب افزایش حجم هنگام انجماد بوده که باعث می شود جرم یکسانی از مولکول های آب هنگام تبدیل به یخ، حجم بیشتری اشغال کرده و چگالی کاهش یابد.

ـ در ساختار یخ هر اتم هیدروژن ازطریق یک پیوند هیدروژنی و هر اتم اکسیژن نیز ازطریق دو پیوند هیدروژنی با مولکول‌های دیگر در ارتباط بوده و پیوندهای اشتراکی در این ارتباط بی‌تاثیر هستند!!

ـ همانطور که از ساختار زیر مشخص است، مولکول های آب به‌گونه‌ای قرار گرفته‌اند که اتم‌های اکسیژن در رأس حلقه‌های شش‌ضلعی و اتم‌های هیدروژن در وسط اضلاع جای دارند.



ـ در حالت مایع بین مولکول‌های آب پیوند هیدروژنی قوی وجود دارد. اما مولکول‌ها به راحتی روی هم می‌لغزند و جابه‌جا می‌شوند.

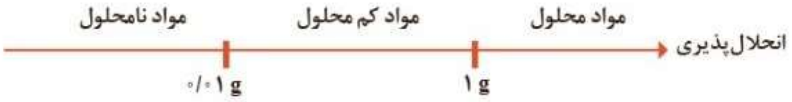
www.biomaze.ir

t.me/Azmoonha_Azmayeshi

۸۱ | ۱

پاسخ تشریحی:

به حداکثر جرمی از یک ماده که می‌توان بدون تشکیل رسوب در ۱۰۰ گرم آب حل کرد، انحلال‌پذیری آن ماده گفته می‌شود. مواد بر اساس مقدار انحلال‌پذیری خود به سه دستهٔ محلول، کم‌محلول و نامحلول طبقه‌بندی می‌شوند.



انحلال‌پذیری اکثر نمک‌ها با دما رابطه مستقیم داشته و با بالارفتن دما، انحلال‌پذیری آن‌ها افزایش می‌یابد و انحلال‌پذیری برخی نمک‌ها مانند لیتیم سولفات نیز، با افزایش دما کاهش پیدا می‌کند. همچنین دما تاثیر خاصی بر انحلال پذیری برخی نمک‌ها مانند سدیم کلرید ندارد.

برای نمک‌هایی که انحلال‌پذیری آن ها در دماهای مختلف خطی است می‌توان با استفاده از رابطه زیر معادله انحلال‌پذیری آن‌ها را به‌دست آورد:

$$S = \frac{S_۲ - S_۱}{\theta_۲ - \theta_۱}\theta + b$$

در این معادله، $S_۱$ و $S_۲$ نماد انحلال پذیری در شرایط ۱ و ۲ و $\theta_۱$ ، $\theta_۲$ نیز معادل دمای حالت اول و دوم هستند.

انحلال‌پذیری در یک دما از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\text{انحلال پذیری} = \frac{\text{مقدار نمک حل شده}}{\text{مقدار آب}} \times ۱۰۰$$

در محلول اول در دمای ۷۵ درجه از ۷۵ گرم محلول، ۲۵ گرم آن نمک و ۵۰ گرم باقی مانده آب است. پس انحلال‌پذیری نمک در این دما را محاسبه می‌کنیم:

$$S_۱ = \frac{۲۵}{۵۰} \times ۱۰۰ = ۵۰\ g$$

در ۵۰ گرم محلول سیر شده در دمای صفر درجه، ۱۳/۵ گرم نمک و ۳۶/۵ گرم آب وجود دارد. پس انحلال‌پذیری نمک در این دما را محاسبه می‌کنیم:

$$S_۲ = \frac{۱۳/۵}{۳۶/۵} \times ۱۰۰ \approx ۳۷\ g$$

در پایان با توجه به فرمول معادله انحلال پذیری ضریب θ را به دست می‌آوریم:

$$\frac{S_۲ - S_۱}{\theta_۲ - \theta_۱} = \frac{۳۷ - ۵۰}{۰ - ۷۵} \approx ۰/۱۷$$

---

۸۲ | ۴

همه عبارت‌های داده شده درست هستند.

بررسی موارد:

ـ این نکته را به خاطر داشته باشید که در مولکول‌ها و یون‌های چندتایی، عنصری که در سمت چپ نوشته می‌شود (بجز هیدروژن) اتم مرکزی است. برای مثال در $N_۲O$، $H_۲O$ و HCN به ترتیب عناصر N، O و C اتم مرکزی هستند.

ـ آلاینده‌هایی که از سوختن سوخت‌های فسیلی وارد هواکره می‌شوند و بالا می‌روند سرانجام باید به زمین برگردند. این آلاینده‌ها به طور عمده شامل اکسیدهای اسیدی $NO_۲$ و $SO_۲$ هستند که هنگام بارش در آب حل می‌شوند و باران اسیدی تولید می کنند.

نکته: گازهای $SO_۲$ و $NO_۲$ طی واکنش‌های زیر به ترتیب به سولفویک اسید و نیتریک اسید تبدیل می‌شوند.

$$۲SO_۲ + O_۲ \longrightarrow ۲SO_۳$$
$$SO_۳ + H_۲O \rightarrow H_۲SO_۴$$
$$۳NO_۲ + H_۲O \longrightarrow ۲HNO_۳ + NO$$

www.biomaze.ir

t.me/Azmoonha_Azmayeshi

یادآوری: سولفوریک اسید و نیتریک اسید از اسیدهای قوی بوده و درجه یونش آن ها تقریبا برابر ۱ است.

ـ سوختن واکنشی شیمیایی است که در آن یک ماده با اکسیژن به سرعت واکنش می‌دهد و بخشی از انرژی شیمیایی آن به صورت گرما و نور آزاد می‌شود.

منیزیم، گوگرد و سدیم هنگام سوختن به ترتیب نورهای سفید، بنفش و زرد تولید می‌کنند.

ـ گاز نیتروژن فراوان‌ترین جزء سازندهٔ هواکره بوده که در مقایسه با اکسیژن از نظر شیمیایی غیر فعال و واکنش ناپذیر است. برای نمونه مخلوطی از گازهای اکسیژن و هیدروژن در حضور کاتالیزگر یا جرقه در یک واکنش سریع و شدید منفجر می‌شود و آب تولید می‌کند اما در مخلوطی از گازهای نیتروژن و هیدروژن حتی در حضور کاتالیزگر یا جرقه هیچ واکنشی رخ نمی‌دهد. از این رو گاز نیتروژن به جو بی‌اثر شهرت‌یافته است و در محیط‌هایی که گاز اکسیژن عامل ایجاد تغییر شیمیایی است به جای آن از گاز نیتروژن استفاده می‌کنند.

---

۸۳ | ۱

پاسخ تشریحی:

$$۲\,HCl\,(aq) + FeS\,(s) \longrightarrow FeCl_۲(aq) + H_۲S\,(g)$$

ابتدا براساس واکنش موازنه شده، مقدار آهن (II) سولفید خالص مصرف شده را محاسبه می‌کنیم:

$$?\,g\,FeS = ۴۴۸\,ml\,H_۲S \times \frac{۱\,mol\,H_۲S}{۲۲۴۰۰\,ml\,H_۲S} \times \frac{۱\,mol\,FeS}{۱\,mol\,H_۲S} \times \frac{۸۸\,g\,FeS}{۱\,mol\,FeS} = ۱/۷۶\,g$$

حال با فرمول زیر درصد خلوص آهن (II) سولفید مصرف شده را بدست می‌آوریم:

$$\text{درصد خلوص} = \frac{\text{جرم ماده خالص}}{\text{جرم ماده ناخالص}} \times ۱۰۰ = \frac{۱/۷۶}{۳/۱۵} \times ۱۰۰ \approx ۵۶$$

در قدم پایانی با توجه به مقدار هیدروژن سولفید تولید شده، جرم آهن(II) کلرید تولید شده را حساب می‌کنیم:

$$?\,g\,FeCl_۲ = ۴۴۸\,ml\,H_۲S \times \frac{۱\,mol\,H_۲S}{۲۲۴۰۰\,ml\,H_۲S} \times \frac{۱\,mol\,FeCl_۲}{۱\,mol\,H_۲S} \times \frac{۱۲۷\,g\,FeCl_۲}{۱\,mol\,FeCl_۲} = ۲/۵۴\,g$$

---

۸۴ | ۳

پاسخ تشریحی:

عبارت های اول، دوم و چهارم درست هستند.

روندهای تناوبی در جدول بر اساس کمیت‌هایی قابل توضیح هستند. یکی از این کمیت‌ها شعاع اتمی است. در یک گروه از جدول تناوبی با افزایش عدد اتمی، شعاع اتمی نیز افزایش پیدا می‌کند و در یک دوره از جدول تناوبی، با افزایش عدد اتمی شعاع اتمی پیوسته کاهش پیدا می‌کند.

www.biomaze.ir

t.me/Azmoonha_Azmayeshi

خاصیت فلزی (از دست دادن الکترون) با شعاع رابطهٔ مستقیم و خاصیت نافلزی (گرفتن الکترون) با شعاع رابطهٔ عکس دارد.
فلزهای قلیایی خاکی در گروه دوم جدول تناوبی قرار گرفته و اغلب(بجز برلیم) با از دست دادن دو الکترون به آرایش گاز نجیب قبل از خود می‌رسند.

بررسی موارد:

ـ در عناصر یک گروه از بالا به پایین تعداد لایه‌های الکترونی و به تبع آن شعاع اتمی افزایش پیدا می‌کند.

ـ در عناصر یک گروه از بالا به پایین، با افزایش شعاع و کاهش جاذبه هسته روی لایه آخر الکترونی، تمایل به از دست دادن الکترون و خاصیت فلزی افزایش پیدا می‌کند.

ـ در عناصر یک گروه تعداد الکترون های ظرفیتی برابر بوده و این تعداد برای فلزهای قلیایی خاکی برابر ۲ است.

لزوما همه عناصری که تعداد الکترون ظرفیتی برابری دارند متعلق به یک گروه از جدول تناوبی نیستند.
برای مثال آلومینیم و اسکاندیم هردو در لایه ظرفیت خود دارای ۳ الکترون بوده ولی به ترتیب به گروه ۳و۱۳ جدول تناوبی تعلق دارند.

ـ با افزایش دوره در عناصر یک گروه و افزایش عدد اتمی تعداد پروتون در هسته(که نوعی ذره زیراتمی با بار مثبت است) افزایش پیدا می‌کند.

---

۸۵ ۱

پاسخ تشریحی:

واکنش‌های شیمیایی همیشه مطابق آنچه انتظار می‌رود پیش نمی‌روند؛ زیرا ممکن است واکنش‌دهنده‌ها ناخالص باشند یا ممکن است واکنش به طور کامل انجام نشود، حتی گاهی نیز همزمان با آن واکنش‌های ناخواستهٔ دیگری انجام می‌شود. با این توصیف مقدار واقعی فراورده از مقدار مورد انتظار کمتر است. در واقع بازده درصدی واکنش‌های شیمیایی از ۱۰۰ کمتر است.

ابتدا با استفاده از مقدار سولفوریک اسید(اسید قوی دو ظرفیتی)، مول آهن(II) سولفات تولید شده را محاسبه می‌کنیم:

$$H_2SO_4(aq) + Fe(s) \longrightarrow FeSO_4(aq) + H_2(g)$$

$$?\,mol\ FeSO_4 = 0/04\ mol\ H_2SO_4 \times \frac{1\ mol\ FeSO_4}{1\ mol\ H_2SO_4} = 0/04\ mol$$

در قدم بعد با توجه به معادلهٔ موازنه شده، مقدار نظری باریم سولفات تولید شده را به دست می‌آوریم:

$$Ba(NO_3)_2(aq) + FeSO_4(aq) \longrightarrow Fe(NO_3)_{2(aq)} + BaSO_{4(s)}$$

$$?\,g\ BaSO_4 = 0/04\ mol\ FeSO_4 \times \frac{1\ mol\ BaSO_4}{1\ mol\ FeSO_4} \times \frac{233\ g\ BaSO_4}{1\ mol\ BaSO_4} = 9/32\ g$$

در قدم پایانی با توجه به فرمول بازده درصدی، مقدار عملی باریم سولفات تولید شده را حساب می‌کنیم:

$$\text{بازده واکنش} = \frac{\text{مقدار عملی}}{\text{مقدار نظری}} \times 100 \Rightarrow 62/5 = \frac{\text{مقدار عملی}}{9/32\ g} \times 100 \Rightarrow \text{مقدار عملی} = 5/825g$$

---

۸۶ ۳

عبارت‌های اول، دوم و چهارم درست هستند.

بررسی موارد:

ـ مولکول‌های دو اتمی به صورت AB یا A_2 یافت می‌شوند که در این بین، در مولکول‌هایی با فرم AB (مولکول‌های ناجورهسته) الکترون ها به صورت یکنواخت دور هسته ها پخش نشده و مولکول قطبی است. اما در مولکول‌هایی با فرم A_2 (مولکول‌های جورهسته) الکترون ها به صورت متقارن و یکنواخت توزیع شده، مولکول ناقطبی بوده و در میدان الکتریکی جهت‌گیری پیدا نمی‌کند.

www.biomaze.ir

t.me/Azmoonha_Azmayeshi

مولکول‌های سه اتمی به صورت ABC یا AB_2 و یا A_3 یافت می‌شوند. مولکول‌هایی به فرم ABC مانند HCN یا SCO لزوما قطبی بوده و در میدان الکتریکی جهت‌گیری پیدا می‌کنند. مولکول‌هایی به فرم AB_2 در صورت حضور الکترون ناپیوندی روی اتم مرکزی (مانند NO_2 یا SO_2) قطبی و خمیده بوده و در غیر این صورت (مانند CS_2 یا CO_2) ناقطبی و خطی خواهند بود.

با توجه به توضیحات داده شده، مولکول با فرم AD_2 و خطی لزوما ناقطبی است.

ـ برای مثال در مولکول CO_2 ساختار خطی بوده و هر دو عنصر متعلق به یک دوره(دوره دوم) هستند.

ـ برای مثال در مولکول CS_2 شعاع اتمی D از A بیشتر است.

ـ هم در CO_2 و هم در CS_2، روی اتم‌های اطراف اتم مرکزی جفت الکترون ناپیوندی حضور دارد.

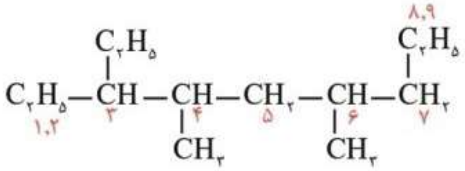
---

۸۷ **۲**

پاسخ تشریحی:

آلکان‌ها دسته‌ای از هیدروکربن‌ها هستند و در آن‌ها هر اتم کربن با چهار پیوند یگانه به اتم‌های کناری متصل شده است. متان ساده‌ترین و نخستین عضو خانواده آلکان هاست.

برای نامگذاری آلکان موردنظر ابتدا زنجیر اصلی را شماره گذاری می‌کنیم:



توجه: با توجه به تراکم بیشتر شاخه ها در سمت چپ، شماره گذاری را از این سمت آغاز می‌کنیم.

بنابرین نام آلکان مقابل به صورت ۳-اتیل، ۶،۴- دی متیل نونان خواهد بود.

مواد ایزومر (همپار) دارای فرمول مولکولی یکسان و فرمول ساختاری متفاوت هستند. فرمول مولکولی این هیدروکربن به‌صورت $C_{13}H_{28}$ بوده و جرم مولی آن برابر $184 g.mol^{-1}$ است. پس همپار آن نیز دارای جرم مولی $184 g.mol^{-1}$ است.

شاخه فرعی متیل روی کربن شماره ۱ و n و شاخه اتیل روی کربن شماره ۱، ۲، ۱-n و n نمی‌تواند قرار بگیرد.

---

۸۸ **۳**

پاسخ تشریحی:

گرما را با نماد Q نشان می‌دهند که واحد آن در SI ژول J است.

برای حساب کردن گرمای جذب یا آزاد شده در فرایندهایی با تغییر دما، می‌توان از رابطه $Q = mc\Delta\theta$ استفاده کرد.

در این رابطه c معادل ظرفیت گرمایی ویژه یا همان گرمای ویژه است که مقدار این کمیت، انرژی لازم برای افزایش دمای یک گرم از نوعی ماده را به اندازه $1\,^{\circ}C$ یا $1\,K$ نشان می‌دهد.

حال با استفاده از رابطه بالا مقدار گرمای ویژه آلومینیم را محاسبه می‌کنیم:

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow 18200 = 1000 \times c \times 20 \Rightarrow c = 0/91 J.g^{-1}.K^{-1}$$

یادآوری: در برخی موارد برای بیان گرما از واحد کالری(cal) استفاده می‌شود. $1\ cal = 4/18\ J$

www.biomaze.ir

t.me/Azmoonha_Azmayeshi

۸۹ ۲

پاسخ تشریحی:

آرایش ویژه‌ای از اتم‌ها که به مولکول‌های دارای آن ویژگی‌های خاصی می‌دهد، گروه عاملی نامیده می‌شود. به طور مثال می‌توان به ۲-هپتانون (نوعی کتون سیرشده) در میخک، بنزآلدهید (نوعی آلدهید آروماتیک) در بادام، نوعی ترکیب الکلی در گشنیز، نوعی ترکیب اتری در رازیانه، نوعی ترکیب کتونی در زردچوبه و نوعی ترکیب آلدهیدی در دارچین اشاره کرد.

ترکیب های a، b، c و d به ترتیب دارای گروه عاملی استری، آلدهیدی، کتونی و کربوکسیل هستند.

- در یک نمونه خالص از کربوکسیل‌ها برخلاف استرها، آلدهیدها و کتون‌ها بین مولکول ها پیوند هیدروژنی برقرار می‌شود.
- آلدهیدها با کتون‌ها و استرها با کربوکسیلیک اسیدها به شرط داشتن تعداد کربن و پیوند دوگانه برابر همپار یا ایزومر محسوب می‌شوند.

b و c به ترتیب نوعی آلدهید و کتون سیرشده ۶ کربنه هستند که دارای فرمول مولکولی یکسان ($C_6H_{12}O$) و فرمول ساختاری متفاوت هستند.

۹۰ ۴

پاسخ تشریحی:

شیمی‌دان‌ها آهنگ واکنش در گستره معینی از زمان را با نام سرعت واکنش بیان می‌کنند.

مقایسه کیفی واکنش‌های مقابل را به خاطر بسپارید:

الف) **انفجار**: واکنش شیمیایی بسیار سریعی است که در آن از مقدار کمی ماده منفجر شونده به حالت جامد یا مایع، حجم زیادی از گازهای داغ تولید می‌شود.

ب) افزودن محلول سدیم کلرید به محلول نقره‌نیترات باعث تشکیل سریع رسوب سفیدرنگ نقره کلرید می‌شود.

پ) اشیای آهنی در هوای مرطوب به کندی زنگ می‌زنند. زنگار تولید شده در این واکنش ترد و شکننده است و فرو می‌ریزد.

ت) بسیاری از کتاب‌های قدیمی در گذر زمان زرد و پوسیده می‌شود. این پدیده نشان می‌دهد که واکنش تجزیهٔ سلولز کاغذ بسیار کند رخ می‌دهد.

با توجه به نمودار، غلظت ppm گازها به صورت زیر تغییر کرده است:

گاز	غلظت ۶ صبح	غلظت ۱۲ ظهر	تغییر غلظت
O_3	۰.۰۱	۰.۰۸	۰.۰۷
NO_2	۰.۰۴	۰.۰۷	۰.۰۳
NO	۰.۰۸	۰.۰۱	۰.۰۷

- بیشترین و کمترین غلظت آلاینده در هوای شهرها در طی شبانه روز به ترتیب مربوط به NO_2 و NO است.
- در صورت برابر بودن بازه زمانی نسبت سرعت ها صرفا نسبت تغییرات ماده است.

حال نسبت‌های خواسته شده را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{\text{سرعت متوسط } O_3}{\text{سرعت متوسط } NO} = \frac{\frac{\text{تغییرات غلظت } O_3}{\text{زمان سپری شده}}}{\frac{\text{تغییرات غلظت } NO}{\text{زمان سپری شده}}} = \frac{\frac{۰/۰۷}{۶ \text{ ساعت}}}{\frac{۰/۰۷}{۶ \text{ ساعت}}} = ۱$$

$$\frac{\text{سرعت متوسط } NO_2}{\text{سرعت متوسط } NO} = \frac{\frac{\text{تغییرات غلظت } NO_2}{\text{زمان سپری شده}}}{\frac{\text{تغییرات غلظت } NO}{\text{زمان سپری شده}}} = \frac{\frac{۰/۰۳}{۶ \text{ ساعت}}}{\frac{۰/۰۷}{۶ \text{ ساعت}}} = \frac{۳}{۷}$$

www.biomaze.ir

t.me/Azmoonha_Azmayeshi

۹۱ ۳

پاسخ تشریحی:

عبارت‌های اول،دوم و سوم نادرست هستند.

قند موجود در جوانه گندم (مالتوز) مطابق واکنش زیر به گلوکز تبدیل می‌شود:

$$C_{۱۲}H_{۲۲}O_{۱۱}(aq) + H_۲O\,(l) \longrightarrow ۲\,C_۶H_{۱۲}O_۶(aq)$$

بررسی موارد:

ـ با توجه به تغییرات غلظت ماده a سرعت واکنش را در بازه مورد نظر محاسبه می‌کنیم:

$$\text{سرعت واکنش} = \frac{\text{تغییرات غلظت ماده } a}{\text{ضریب } a \times \text{زمان سپری شده}} = \frac{۰/۰۲}{۶۰۰ \times ۱} \approx ۳/۳۳ \times ۱۰^{-۵} mol.L^{-۱}.S^{-۱}$$

ـ با استفاده از مقدار گلوکز تولید شده، مول مصرف شده مالتوز را به دست می‌آوریم:

$$?\,mol\,C_{۱۲}H_{۲۲}O_{۱۱} = ۰/۰۲\,mol\,C_۶H_{۱۲}O_۶ \times \frac{۱\,mol\,C_{۱۲}H_{۲۲}O_{۱۱}}{۲\,mol\,C_۶H_{۱۲}O_۶} = ۰/۰۱\,mol\,C_{۱۲}H_{۲۲}O_{۱۱}$$

می‌توان نتیجه گرفت در این لحظه ۰/۰۹(۰/۱ - ۰/۰۱) مول از مالتوز باقی مانده است.

ـ با توجه به ماده a، سرعت واکنش در ۱۴ دقیقه ابتدایی واکنش محاسبه می‌کنیم:

$$\text{سرعت واکنش} = \frac{\text{تغییرات غلظت ماده } a}{\text{ضریب } a \times \text{زمان سپری شده}} = \frac{۰/۰۲}{۱۴ \times ۱} \approx ۱/۴ \times ۱۰^{-۳} mol.L^{-۱}.min^{-۱}$$

با گذر زمان و با کاهش غلظت واکنش‌دهنده‌ها، سرعت واکنش کاهش پیدا می‌کند. پس سرعت واکنش در دقیقه ۱۵ تا ۲۰ (۵ دقیقه چهارم) کمتر از $۱/٤ \times ۱۰^{-۳} mol.L^{-۱}.min^{-۱}$ خواهد بود.

ـ ضریب استوکیومتری و به تبع آن سرعت تولید گلوکز، دو برابر ضریب و سرعت مصرف مالتوز و آب است.

۹۲ ۴

پاسخ تشریحی:

همه عبارت‌های داده شده درست هستند.

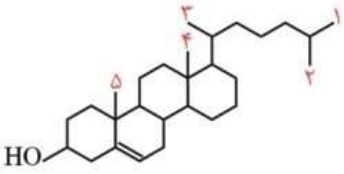
کلسترول یکی از مواد آلی موجود در غذاهای جانوری است که مقدار اضافی آن در دیوارهٔ رگ‌ها رسوب می‌کند. فرایندی که منجر به گرفتگی رگ‌ها و سکته می‌شود.

بررسی موارد:

ـ این مولکول حاوی یک قسمت قطبی(گروه عاملی الکلی یا هیدروکسیل) و یک بخش ناقطبی (بخش هیدروکربنی) است که بخش ناقطبی یا همان آبگریز، به دلیل بزرگ بودن بر بخش قطبی یا آبدوست غلبه دارد.

ـ انرژی لازم برای شکستن یک مول پیوند در حالت گازی و تولید اتم‌های گازی مجزا، آنتالپی پیوند نامیده می‌شود. آنتالپی پیوند با مرتبهٔ پیوند رابطهٔ مستقیم و با شعاع اتم‌ها رابطهٔ عکس دارد. با توجه به اینکه مرتبهٔ پیوند $C = C$ بیشتر از باقی پیوندها است، می‌توان نتیجه گرفت که آنتالپی پیوند آن نیز بالاتر است.

ـ در یک ماده آلی کربن‌هایی که فقط به یک کربن دیگر اتصال یافته‌اند به صورت گروه متیل($CH_۳$) هستند.



www.biomaze.ir

t.me/Azmoonha_Azmayeshi

در ترکیبات آلی کربن و هیدروژن الکترون ناپیوندی ندارند. همچنین به ازای هر اکسیژن یا گوگرد ۲، به ازای هر نیتروژن یا فسفر ۱ و به ازای هر هالوژن ۳ جفت الکترون ناپیوندی خواهیم داشت.

نسبت خواسته شده در صورت سوال برابر با $\frac{۵}{۲}$=۲/۵ است.

ـ کلسترول یک الکل تک عاملی سیرنشده با فرمول مولکولی $C_{۲۷}H_{۴۶}O$ است که در ساختار خود یک پیوند دوگانه و ۴ حلقه دارد.

عدد اکسایش اتم‌های کربن در آن به شرح زیر است.

نسبت خواسته شده در صورت سوال برابر با $\frac{۲۷}{۴}$ = ۶/۷۵ است.

۹۳ | ۱

پاسخ تشریحی:

آنتالپی بسیاری از واکنش‌های شیمیایی را نمی‌توان به روش تجربی اندازه‌گیری کرد، زیرا برخی از آنها مرحله‌ای از یک واکنش پیچیده هستند و برخی دیگر به آسانی انجام نمی‌شوند. شیمی‌دان‌ها برای تعیین ΔH چنین واکنش‌هایی از روش‌های دقیق دیگری همانند قانون هس (جمع‌پذیری گرمای واکنش‌ها) بهره می‌برند.

در ابتدا باید با توجه به واکنش های داده شده، واکنش نهایی را تشکیل دهیم.

در واکنش نهایی کربن(C) با ضریب ۳ در واکنش‌دهنده‌ها وجود دارد و از طرفی این ماده صرفا در واکنش ۱ با ضریب ۱ در واکنش‌دهنده ها حضور دارد. پس باید معادله ۱ را در ۳ ضرب کنیم.

$$۳\,C + ۳\,O_۲ \longrightarrow ۳\,CO_۲ \qquad \Delta H'_۱ = -۱۱۸۲\ kJ$$

در واکنش نهایی پروپان($C_۳H_۸$) با ضریب ۱ در فراورده‌ها وجود دارد و از طرفی این ماده صرفا در واکنش ۲ با ضریب ۱ در واکنش‌دهنده‌ها حضور دارد. پس باید معادله ۲ را در ۱- ضرب کنیم.

$$۳\,CO_۲ + ۴\,H_۲O \longrightarrow C_۳H_۸ + ۵\,O_۲ \qquad \Delta H'_۲ = ۲۰۵۶\ kJ$$

در واکنش نهایی هیدروژن ($H_۲$) با ضریب ۴ در واکنش‌دهنده‌ها وجود دارد و از طرفی این ماده صرفا در واکنش ۳ با ضریب ۱ در فراورده‌ها حضور دارد. پس باید معادله ۳ را در ۴- ضرب کنیم.

$$۲\,O_۲ + ۴\,H_۲ \longrightarrow ۴\,H_۲O \quad \Delta H'_۳ = -۹۸۰\ kJ$$

در پایان با جمع ΔH واکنش های تغییر یافته ΔH واکنش نهایی را محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta H_T = \Delta H'_۱ + \Delta H'_۲ + \Delta H'_۳ = -۱۱۸۲ + ۲۰۵۶ + (-۹۸۰) = -۱۰۶\ kJ$$

۹۴ | ۳

پاسخ تشریحی:

عبارت‌های اول، سوم و چهارم درست هستند.

یکی از ویژگی‌های مهم و کاربردی کربوکسیلیک اسیدها و الکل‌ها واکنش میان آن‌هاست. این مواد در شرایط مناسب واکنش می‌دهند و با از دست دادن آب به استر تبدیل می‌شوند. معادلهٔ زیر واکنش شیمیایی انجام شده را توصیف می‌کند:

www.biomaze.ir

t.me/Azmoonha_Azmayeshi

$$\underset{\text{کربوکسیلیک اسید}}{R-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-OH} + \underset{\text{الکل}}{H-OR'} \xrightarrow{H_2SO_4} \underset{\text{استر}}{R-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-OR'} + H_2O$$

توجه: همانطور که مشخص است کاتالیزگر این واکنش یک اسید قوی به نام سولفوریک اسید است.

بررسی موارد:

ـ ماده ای با فرمول مولکولی $C_2H_6O_2$ میتواند متعلق به یک استر یا کربوکسیلیک اسید سیر شده و یا یک دی الکل سیرنشده باشد.

معادلهٔ نوشتاری تولید استرهایی با این فرمول مولکولی به صورت زیر است:

متیل اتانوات → استیک اسید (اتانوئیک اسید) + متانول

اتیل متانوات → فورمیک اسید (متانوئیک اسید) + اتانول

ـ در استرها برخلاف کربوکسیلیک اسیدها به دلیل متصل نبودن اتم هیدروژن به اکسیژن، بین مولکول‌ها پیوند هیدروژنی وجود ندارد.

ـ این استر از واکنش اتانول با فورمیک اسید یا متانول با استیک اسید حاصل می‌شود.

ـ به دلیل وجود پیوند هیدروژنی در کربوکسیلیک اسیدها برخلاف استرها، اسیدهای آلی نسبت به استرهای هم‌کربن با خود، نیروی بین مولکولی قوی‌تر و نقطه جوش بالاتری دارند.

۹۵ | ۲

پاسخ تشریحی:

عبارت‌های سوم و چهارم درست هستند.

شواهد بسیاری در تاریخ علم وجود دارد که نشان می‌دهند پیش از آن که ساختار اسیدها و بازها شناخته شود، شیمی‌دان‌ها افزون بر ویژگی‌های اسیدها و بازها، با برخی واکنش‌های آن‌ها نیز آشنا بودند. سوانت آرنیوس نخستین کسی بود که اسیدها و بازها را بر یک مبنای علمی توصیف کرد. او بر روی رسانایی الکتریکی محلول‌های آبی کار می‌کرد. یافته‌های تجربی او نشان داد که محلول اسیدها و بازها رسانای برق هستند، هر چند میزان رسانایی آنها با یکدیگر یکسان نیست.

بررسی موارد:

ـ بر اساس مدل آرنیوس می‌توان اسید و باز را تشخیص داد. اما نمی‌توان دربارهٔ میزان اسیدی یا بازی بودن یک محلول اظهار نظر کرد. بدین منظور بایستی از دستگاه پی اچ سنج یا تعیین غلظت یون هیدرونیوم محلول استفاده کرد.

ـ اغلب اکسیدهای فلزی (مانند Li_2O یا BaO) در هنگام حل شدن در آب با افزایش غلظت یون هیدروکسید(OH^-) باعث افزایش pH و تبدیل رنگ کاغذ pH به آبی یا بنفش می‌شوند، درحالیکه اغلب اکسیدهای نافلزی(مانند SO_2 یا N_2O_5) در هنگام حل شدن در آب با افزایش غلظت یون هیدرونیوم(H_3O^+) باعث کاهش pH و تبدیل رنگ کاغذ pH به نارنجی یا قرمز می‌شوند.

ـ در شرایط یکسان، اسید با قدرت بیشتر (Kبالاتر) به میزان بیشتری یونیده شده و غلظت یون هیدرونیوم را به مقدار بیشتری بالا می‌برد.

ـ مواد الکترولیت (مانند نمک‌ها، اسیدها و بازها)، موادی هستند که بر اثر انحلال یونی در آب، غلظت یون‌های آن را بالاتر برده و رسانایی آب را تغییر می‌دهند؛ به محلول این مواد محلول الکترولیت می‌گویند. از سوی دیگر، دسته‌ای از مواد وجود دارند که به‌صورت کاملاً مولکولی در آب حل شده و بر اثر انحلال، یون تولید نکرده و رسانایی محلول را نیز تغییر نمی‌دهند. به محلول این مواد، محلول غیرالکترولیت می‌گویند (مانند اتانول در آب).

www.biomaze.ir

t.me/Azmoonha_Azmayeshi

۹۶ ۳

پاسخ تشریحی:

در برخی اسیدها (که به اسیدهای قوی شهرت دارند) هنگام انحلال در آب تقریبا همه مولکول‌های اسید دچار یونش شده به طوری‌که درجه یونش آن‌ها تقریبا برابر با ۱ و ثابت تعادل آن ها بسیار بزرگ (H_2SO_4 یا HI یا HBr یا HCl) یا بزرگ (HNO_3) است. اما در باقی اسیدها در محلول نهایی علاوه بر مقداری یون حاصل از یونش، مقدار زیادی مولکول یونیده نشده نیز یافت می‌شود که این اسیدها به اسیدهای ضعیف مشهور بوده و درجه یونش و ثابت یونش پایینی دارند. وقتی pH دو محلول برابر باشد به معنای برابر بودن غلظت یون هیدرونیوم آن دو محلول است. پس می‌توان گفت غلظت هیدرونیوم در محلول اسید ضعیف نیز برابر ۰/۰۰۱ مولار است.

حال با توجه به فرمول ثابت تعادل، غلظت تعادلی مولکول های یونیده نشده اسید ضعیف را محاسبه می‌کنیم:

$$HA \leftrightarrows H^+ + A^- \qquad K = \frac{[H^+]\times[A^-]}{[HA]} \xrightarrow{[H^+]=[A^-]} K = \frac{[H^+]^2}{[HA]} \Rightarrow 2\times 10^{-4} = \frac{10^{-6}}{[HA]} \Rightarrow [HA] = 0/005$$

حال نسبت خواسته شده را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{[HA]}{[HNO_2]} = \frac{0/005}{0/001} = 5$$

۹۷ ۴

پاسخ تشریحی:

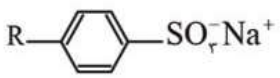
چربی‌ها را می‌توان مخلوطی از اسیدهای چرب و استرهای بلند زنجیر دانست(اسیدهای چرب کربوکسیلیک اسیدهایی با زنجیر بلند کربنی هستند). صابون جامد را از گرم کردن مخلوط روغن‌های گوناگون یا چربی مانند روغن زیتون، نارگیل و پیه با سدیم هیدروکسید تهیه می‌کنند. صابون‌های مایع نمک پتاسیم یا آمونیوم اسیدهای چرب هستند.

نوعی پاک کننده که به شکل پودر عرضه می‌شود شامل مخلوط سدیم هیدروکسید و پودر آلومینیوم است. این پاک‌کننده برای باز کردن مجاری مسدود شده در برخی وسایل و دستگاه‌های صنعتی استفاده می‌شود.

فراورده‌های دیگر + گاز هیدروژن ← آب + مخلوط آلومینیم و سدیم هیدروکسید

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ افزایش تقاضای جهانی برای صابون و کاربردهای آن از یک سو و کاهش عرضه این فراورده از سوی دیگر سبب شد تا شیمی‌دان‌ها وارد عمل شوند. آن‌ها در جست‌وجوی موادی بودند که قدرت پاک‌کنندگی زیادی داشته باشند و بتوان آن‌ها را به میزان انبوه و با قیمت مناسب تولید کرد. آن‌ها توانستند و از بنزن و دیگر مواد اولیه در صنایع پتروشیمی مواد پاک کننده‌ای با فرمول همگانی زیر تولید کنند. موادی که به پاک کننده‌های غیرصابونی مشهورند.



همانطور که در شکل مشاهده می کنید پاک کننده های غیرصابونی، سیرنشده و آروماتیک بوده و در ساختار خود حداقل ۳پیوند دوگانه کربن-کربن دارند.

www.biomaze.ir

t.me/Azmoonha_Azmayeshi

۲ از صابون گوگرددار برای از بین بردن جوش صورت و همچنین قارچ‌های پوستی استفاده می‌شود. همچنین به منظور افزایش خاصیت ضدعفونی کنندگی و میکروب کشی صابون‌ها به آن‌ها مادهٔ شیمیایی کلردار اضافه می‌کنند. از سوی دیگر برای افزایش قدرت پاک کنندگی مواد شوینده به آنها نمک‌های فسفات اضافه می‌کنند؛ زیرا این نمک‌ها با یون‌های کلسیم و منیزیم موجود در آب‌های سخت واکنش داده و از تشکیل رسوب و ایجاد لکه جلوگیری می‌کنند.

۳ صابون‌ها و شوینده‌های غیر صابونی بر اساس برهم‌کنش میان ذره‌ها عمل می‌کنند، اما پاک کننده‌های خورنده افزون بر این برهم‌کنش‌ها، با آلاینده‌ها واکنش نیز می‌دهند.

---

۹۸ | ۱

پاسخ تشریحی:

مبنای کارکرد شوینده‌ها و پاک کننده‌ها واکنش خنثی شدن اسید و باز است. در این معادله یون‌های هیدرونیوم در واکنش با یون های هیدروکسید به آب تبدیل می‌شوند.

$$H^+ + OH^- \longrightarrow H_2O$$

در شرایط اتاق pH بین صفر تا ۱۴ متغیر است.

توجه: جمله فوق در صفحه ۲۶ کتاب درسی دوازدهم نوشته شده است و علی‌رغم نادرست بودن آن(pH اسید ها و بازهای قوی با مولاریته بیشتر از ۱ به ترتیب می تواند منفی یا بیشتر از ۱۴ باشد) بایستی در آزمون ها، کتاب‌های کمک درسی و کنکور آن را درست به شمار آورد!!

ابتدا با توجه به pH اسید قوی، مقدار سدیم هیدروکسید مورد نیاز برای خنثی شدن آن را محاسبه می‌کنیم:

$$HA + NaOH \longrightarrow NaA + H_2O$$

$$pH = ۴ \Rightarrow [H^+] = ۱۰^{-۴}$$

پس در هر لیتر از محلول حاوی اسید قوی $۱۰^{-۴}$ مول از آن یافت می‌شود.

$$?\,g\,NaOH = \text{محلول}\,۱۰۰\,L \times \frac{۱۰^{-۴} mol\,H^+}{\text{محلول}\,۱\,L} \times \frac{۱\,mol\,NaOH}{۱\,mol\,H^+} \times \frac{۴۰\,g\,NaOH}{۱\,mol\,NaOH} = ۰/۴\,g$$

در مرحله بعد با توجه به pH باز قوی، جرم نیتریک اسید لازم برای خنثی کردن آن را محاسبه می‌کنیم:

$$HNO_3 + BOH \longrightarrow BNO_3 + H_2O$$

$$pH = ۱۰ \xrightarrow{pH+pOH=۱۴} pOH = ۴ \Rightarrow [(OH)^-] = ۱۰^{-۴}$$

پس در هر لیتر از محلول حاوی باز قوی $۱۰^{-۴}$ مول از آن یافت می‌شود.

$$?\,g\,HNO_3 = \text{محلول}\,۱۰۰\,L \times \frac{۱۰^{-۴} mol\,OH^-}{\text{محلول}\,۱\,L} \times \frac{۱\,mol\,HNO_3}{۱\,mol\,OH^-} \times \frac{۶۳\,g\,HNO_3}{۱\,mol\,HNO_3} = ۰/۶۳\,g$$

در پایان نسبت خواسته شده را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{\text{جرم } HNO_3}{\text{جرم } NaOH} = \frac{۰/۶۳}{۰/۴} = ۱/۵۷۵$$

---

www.biomaze.ir

t.me/Azmoonha_Azmayeshi

۹۹ ۲

پاسخ تشریحی:

برای ایجاد جریان الکتریکی باید الکترون‌ها را از یک مسیر معین عبور داد یا از نقطه‌ای به نقطهٔ دیگر جابجا نمود. اگر به جای داد و ستد مستقیم الکترون بین گونه‌های اکسنده و کاهنده در یک واکنش، بتوان الکترون‌ها را از طریق یک مدار بیرونی هدایت و جابه‌جا کرد، آنگاه می‌توان بخشی از انرژی آزاد شده در واکنش اکسایش ـ کاهش را به شکل انرژی الکتریکی در دسترس تبدیل نمود. سلول گالوانی، دستگاهی است که می‌تواند بر اساس قدرت کاهندگی فلزها انرژی الکتریکی تولید کند.

در سلول گالوانی، گونه‌ای با خاصیت کاهندگی بالاتر و تمایل بیشتر به از دست دادن الکترون در سمت آند و گونه ای با خاصیت اکسندگی بالاتر و تمایل بیشتر به گرفتن الکترون، در سمت کاتد قرار می‌گیرد.

هرچه قدرت کاهندگی گونه ای بیشتر باشد E° آن پایین‌تر و هرچه گونه ای قدرت اکسندگی بیشتری داشته باشد، E° آن بالاتر خواهد بود.

در سلول گالوانی حاصل از فلزهای A و D، گونه A کاتد بوده، پس مقایسه E° آن‌ها به صورت زیر است:

$$E^\circ_A > E^\circ_D$$

در سلول گالوانی حاصل از فلزهای M و D، گونه M کاتد بوده، پس مقایسه E° آن‌ها به صورت زیر است:

$$E^\circ_M > E^\circ_D$$

در سلول گالوانی حاصل از فلزهای M و A، گونه A آند بوده، پس مقایسه E° آن‌ها به صورت زیر است:

$$E^\circ_M > E^\circ_A$$

با توجه به گزاره‌های فوق، مقایسه پتانسیل استاندارد گونه‌های مطرح شده به صورت زیر است:

$$E^\circ_M > E^\circ_A > E^\circ_D$$

همانطور که مشخص است، بیشترین تفاوت بین پتانسیل های استاندارد و بالاترین emf، مربوط به سلول $M-D$ است.

۱۰۰ ۴

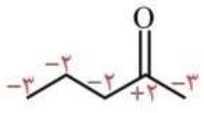
در ترکیبات آلی دارای اتم های اکسیژن، کربن و هیدروژن، عدد اکسایش هیدروژن همیشه ۱+ و عدد اکسایش اکسیژن همیشه برابر با ۲- است.

از این نکته می توان برای به دست آوردن میانگین عدد اکسایش کربن در این گونه‌ها استفاده کرد.

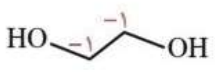
بررسی موارد:

حال عدد اکسایش کربن‌های موجود در گونه های مطرح شده را محاسبه می‌کنیم:

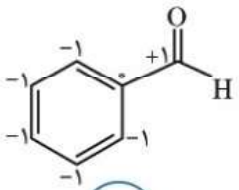
۱) ۲-پنتانون:



۲) اتیلن گلیکول:



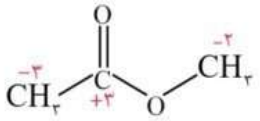
۳) بنزآلدهید:



www.biomaze.ir

t.me/Azmoonha_Azmayeshi

۴ متیل استات:



همانطور که مشخص است کربن با بالاترین عدد اکسایش(+۳) در متیل استات قرار دارد.

۱۰۱ ۳

پاسخ تشریحی:

بر اساس مدل دریای الکترونی، ساختار فلزها آرایش منظمی از کاتیون‌ها در سه بعد است که در فضای میان آن‌ها سست‌ترین الکترون‌های موجود در اتم، یعنی همان الکترون‌های ظرفیتی، دریایی را ساخته‌اند و در آن آزادانه جابه‌جا می‌شوند. دریای الکترونی عاملی است که چیدمان کاتیون‌ها را در شبکهٔ بلوری فلز حفظ می‌کند.

با استفاده از این مدل می توان برخی رفتارهای فیزیکی فلزها مانند رسانایی الکتریکی، رسانایی گرمایی و چکش خواری را توجیه کرد.

۱۰۲ ۱

پاسخ تشریحی:

مطابق یک قاعدهٔ کلی هر چه تفاوت بین نقطه ذوب و جوش یک مادهٔ خالص بیشتر باشد، آن ماده در گسترهٔ دمایی بیشتری به حالت مایع بوده و نیروی جاذبهٔ میان ذره‌های سازندهٔ مایع قوی‌تر است.

نیروی بین ذرات در ترکیب‌های یونی قوی تر از این نیرو بین مواد مولکولی بوده و به همین دلیل در مجتمع‌های فناوری تولید انرژی‌الکتریکی از نور خورشید از نوعی ترکیب یونی($NaCl$) برای ذخیره انرژی گرمایی حاصل استفاده می‌کنند.

۱۰۳ ۲

پاسخ تشریحی:

عبارت‌های اول،دوم و پنجم درست هستند.

در واکنش‌های برگشت پذیر و تعادلی برای بیان میزان پیشرفت واکنش از کمیتی به نام ثابت تعادل استفاده می‌کنیم

تنها عامل موثر بر تغییر ثابت تعادل، دما بوده و با افزایش یا کاهش فشار، غلظت، حجم و ... ثابت تعادل دست نخورده باقی می‌ماند.

طبق اصل لوشاتلیه با تغییر شرایط در واکنش‌های تعادلی، تعادل به سمتی پیش می‌رود که تغییر اتفاق افتاده را خنثی کند ولی در اغلب موارد نمی‌تواند به صورت کامل اثر آن را از بین ببرد.

بررسی موارد:

ـ در واکنش‌های گرماگیر با افزایش دما، تعادل در جهت مصرف گرما (واکنش رفت) پیش رفته و مقدار فراورده ها و در نتیجه ثابت تعادل افزایش پیدا می‌کند. در صورت کاهش دما عکس این حالت اتفاق افتاده و واکنش در جهت تولید گرما (واکنش برگشت) پیش رفته و مقدار فراورده‌ها و در نتیجه ثابت تعادل کاهش پیدا می‌کند.

www.biomaze.ir

t.me/Azmoonha_Azmayeshi

در واکنش‌های گرماده با افزایش دما، تعادل در جهت مصرف گرما (واکنش برگشت) پیش رفته و مقدار فراورده ها و در نتیجه ثابت تعادل کاهش پیدا می‌کند. در صورت کاهش دما عکس این حالت اتفاق افتاده و واکنش در جهت تولید گرما(واکنش رفت) پیش رفته و مقدار فراورده ها و در نتیجه ثابت تعادل افزایش پیدا می‌کند.

پس می‌توان دریافت که این واکنش گرماگیر بوده است.

ـ ΔH در واکنش‌های گرماگیر مثبت و در واکنش‌های گرماده منفی است.

ـ همانطور که اشاره شده در تعادل‌های گرماگیر با افزایش دما، واکنش در جهت رفت جابه‌جا می‌شود.

ـ در واکنش‌های گرماگیر فراورده‌ها نسبت به واکنش دهنده‌ها سطح انرژی بالاتر و پایداری کمتری دارند.

ـ در واکنش‌های گرماگیر سطح انرژی فراورده‌ها و در واکنش‌های گرماده، سطح انرژی واکنش دهنده‌ها به قله انرژی نزدیک‌تر است.

---

۱۰۴ | **۱**

پاسخ تشریحی:

عبارت‌های اول و سوم درست هستند.

هر واکنش برای انجام شدن به حداقلی از انرژی نیاز دارد که به آن انرژی فعال‌سازی واکنش می‌گویند.

انرژی فعال‌سازی مختص واکنش‌های گرماگیر یا گرماده نبوده و همه واکنش‌ها برای انجام شدن به آن نیاز دارند.

توجه: با دادن گرما به واکنش دهنده‌ها یا افزایش دما انرژی فعال‌سازی کاهش پیدا نمی‌کند بلکه تامین می‌شود!!

برای کاهش انرژی فعال‌سازی واکنش‌های مختلف و افزایش سرعت آن‌ها می توان از کاتالیزگرها استفاده کرد که پایداری گرمایی و شیمیایی مناسبی داشته و اغلب اختصاصی عمل می‌کنند.

به کار بردن کاتالیزگرها تاثیری بر آنتالپی واکنش، مقدار نهایی فراورده‌ها، میزان انرژی واکنش دهنده‌ها و یا فراورده‌ها و همچنین ثابت تعادل ندارد.

کارایی مبدل‌های کاتالیستی خودروها در حین حرکت بیشتر از هنگام روشن شدن است.

---

۱۰۵ | **۳**

پاسخ تشریحی:

در یک واکنش تعادلی، میزان پیشرفت واکنش را با کمیتی به نام ثابت تعادل عنوان می‌کنند که فرمول کلی آن به‌صورت زیر است:

$$eA + fB \leftrightharpoons gC + hD \qquad K = \frac{[C]^g[D]^h}{[A]^e[B]^f}$$

حال با توجه به واکنش داده شده، ثابت تعادل را محاسبه می‌کنیم:

$$X_{۲(g)} + ۳\,D_{۲(g)} \leftrightharpoons ۲A_{(g)} \qquad K = \frac{[A]^۲}{[X_۲]^۱[D_۲]^۳} = \frac{[۰/۵]^۲}{[۰/۲]^۱\left[\frac{۰/۵}{۳}\right]^۳} = ۲۷۰L^۲.mol^{-۲}$$

در محاسبه ثابت تعادل صرفا غلظت مواد گازی و محلول در آب لحاظ می‌شود.

در مرحله بعد با توجه به مقدار A تولیدی مقدار $D_۲$ مصرف شده را محاسبه می‌کنیم:

$$?\,mol\,D_۲ = ۱/۵\,mol\,A \times \frac{۳\,mol\,D_۲}{۲\,mol\,A} = ۲/۲۵\,mol$$

پس می‌توان گفت مقدار اولیه گاز $D_۲$ برابر با ۲/۷۵(۰/۵ + ۲/۲۵) مول بوده است.

---

www.biomaze.ir